

La stratégie de désinvestissement graduel des marchés financiers sécurise-t-elle réellement l'épargne ?*

Alexis Direr[†] Eric Yayi[‡]

31 mai 2017

Résumé

Cet article étudie la validité empirique du mécanisme de sécurisation du capital final fondé sur le désinvestissement graduel en actifs risqués. Nous comparons ce mécanisme à une politique de constance de la part investie en actifs risqués à partir des données financières de cinq pays, pour des horizons variant de 5 à 30 ans. Nous utilisons différentes définitions du risque : l'écart-type du rendement cumulé final, son degré de dissymétrie négative, la probabilité de perte ou la prime de risque réclamée par un investisseur pour passer d'une stratégie à l'autre. Contrairement aux recommandations habituelles des conseillers financiers, nos résultats ne montrent pas d'avantages tangibles de la stratégie de désinvestissement graduel en termes de réduction du risque à l'échéance du placement. Ces résultats sont robustes à différentes variantes d'estimation du risque.

Classification JEL : G11, D14, D91, J14.

Mots-clés : choix de portefeuille, allocation d'actifs, sécurisation des plus-values, épargne.

*Les auteurs remercient Christophe Hurlin, Najat El Mekkaoui et Bruno Séjourné pour leurs remarques sur la version préliminaire de l'article. Celui-ci a également bénéficié des commentaires de David Crainich et des participants aux Journées Internationales du Risque de Niort, aux conférences 2016 du GdRE et de l'AFSE. Ils restent cependant seuls responsables des lacunes qui subsisteraient.

[†]Univ. Orléans, CNRS, LEO, UMR 7322, F45067, Orléans et Paris School of Economics. Adresse: Rue de Blois - BP 6739, 45067 Orléans Cedex 2 France. Courriel : alexis.direr@univ-orleans.fr

[‡]Univ. Orléans, CNRS, LEO, UMR 7322, F45067 Orléans. Courriel : eric.yayi@univ-orleans.fr

1 Introduction

Les difficultés des régimes publics de retraite ainsi que les incitations fiscales accordées par les Etats aux produits d'épargne retraite conduisent un nombre croissant de ménages à investir sur les marchés financiers pour préparer leur retraite. Ces ménages font face à des choix difficiles : quelle part de l'épargne investir en actifs risqués ? Cette part doit-elle rester constante ou varier en fonction de l'horizon du placement et la distance à la retraite ? La réponse à ces questions nécessite une connaissance approfondie des marchés financiers dont les épargnants ne disposent pas dans leur grande majorité. Face à ce constat, les banques, fonds de pension ou assureurs qui distribuent les produits d'épargne proposent fréquemment à leur clientèle une option dite de sécurisation progressive de l'épargne qui réduit automatiquement la part investie en actifs risqués en fonction de l'âge de l'épargnant ou de la distance à la retraite (AMERIKS et ZELDES, 2004 ; JAGANNATHAN et KOCHERLAKOTA, 1996). Dans quelle mesure cette option permet-elle réellement de réduire l'exposition au risque financier à l'approche de la retraite reste une question ouverte.

L'objet de cet article est de tester la validité empirique de ce mécanisme de gestion du risque financier en le comparant à une politique alternative simple consistant à investir en actifs risqués une part constante au cours du temps et égale à la moyenne arithmétique de la part investie en actifs risqués de la politique de désinvestissement graduel. Par exemple, si la part investie en actifs risqués sur deux périodes passe de 50 à 30 %, nous comparons cette politique avec celle consistant à investir 40 % aux deux périodes. Ces deux stratégies se caractérisent par une même exposition au risque en moyenne sur l'ensemble de la période mais répartissent différemment la quantité de risque au cours du temps.

Nous retenons quatre mesures du risque : l'écart-type du rendement cumulé sur la période d'accumulation, le degré d'asymétrie des rendements, la probabilité de perte à échéance et une mesure fondée sur la calibration d'une fonction d'utilité. L'écart-type est une statistique simple, intuitive et très utilisée pour estimer le risque financier, dans la tradition instituée par MARKOWITZ (1952). Cette mesure ne prend cependant pas pleinement en compte les risques de pertes ou de gains quand la distribution des rendements est dissymétrique, d'où l'examen complémentaire du coefficient de dissymétrie de la distribution. L'observation courante ainsi que les études expérimentales indiquent en effet qu'indépendamment de la variance du rendement, les individus expriment une aversion aux distributions dont le degré de dissymétrie est négatif. Enfin, nous calculons la prime de risque réclamée par un investisseur, dont les préférences en termes de risque sont calibrées, pour passer d'une stratégie à profil constant à une seconde à

profil décroissant.

Nous testons les deux stratégies d'investissement sur des données de rendement réel historique d'actifs risqués et sans risque cotés dans cinq pays industrialisés : en Allemagne entre 1959 et 2014, au Danemark de 1922 à 2014, aux États-Unis entre 1871 et 2012, en France sur la période 1947-2013 et en Suède entre 1874 et 2012. Nous utilisons comme profil temporel de décroissance de la part risquée le profil moyen observé dans un échantillon de 20 contrats d'épargne retraite ou de fonds à horizons proposés aux États-Unis.

Nous montrons que la stratégie de désinvestissement graduel ne présente pas de différences marquées en termes de risque par rapport à une politique simple de constance de la part investie en actifs risqués. Cette équivalence est valable pour les quatre mesures du risque sus-mentionnées. Nous concluons qu'il n'existe pas un profil d'investissement supérieur quels que soient les périodes et les marchés boursiers. Ces conclusions sont robustes à l'emploi de préférences face au risque alternatives et l'utilisation d'un profil de désinvestissement calibré sur des contrats français plutôt qu'américains. Lorsqu'une richesse intertemporelle illiquide est prise en compte, la stratégie de désinvestissement graduel est préférable à celle de part constante en termes d'écart-type, mais d'une marge qui reste quantitativement faible.

Notre étude est motivée par des considérations pratiques et théoriques. Sur le plan pratique, l'idée qu'il existerait une relation inverse entre le risque des actifs financiers et l'horizon du placement est très répandue parmi les conseillers financiers indépendants ou salariés. Un corollaire de cette idée est que l'exposition au risque financier devrait décroître à l'approche de la liquidation du capital pour financer la retraite. C'est ainsi que l'acquisition dans un compte d'épargne de fonds investis sur les marchés financiers sous la forme d'actions ou d'obligations est fréquemment conseillée dès lors que la durée de détention est suffisamment longue. En France, la quasi-totalité des contrats d'assurance-vie disposent d'une option de sécurisation du capital. De même, le Plan d'Épargne Retraite Populaire (PERP) qui compte 2,2 millions de souscripteurs en 2013 institue comme choix par défaut une part maximale investie en actifs risqués qui décroît à l'approche de la retraite¹.

Aux États-Unis, les *target-date funds* sont des fonds à horizon dont la part investie en actifs risqués décroît en fonction d'une date terminale contractuellement spécifiée. Ces fonds jouissent d'une forte popularité depuis une vingtaine d'années. En 2011, 23 % des plans 401(k) investissaient plus de 90 % de l'épargne dans ce type de fonds². Les principales sociétés d'invest-

1. Cette part maximum est de 60 % de 10 à 20 ans avant la retraite, 35 % entre 5 et 10 ans, 20 % entre 2 et 5 ans et 10 % deux ans avant la retraite.

2. source : Investment Company Institute

tissement comme *Vanguard*, *Fidelity* ou *Black Rock* proposent leurs propres *target date funds* et recommandent leur acquisition pour préparer sa retraite. Sur le versant réglementaire, le *Pension Protection Act* voté en 2006 contraint les entreprises proposant des plans de retraite à leurs salariés de proposer un *target date fund*. Un grand nombre de plans l'institue même en choix par défaut. MITCHELL et UTKUS (2012) montrent comment cela conduit les épargnants américains à adhérer de façon croissante à ce type de stratégies. Cette option dite de sécurisation semble un moyen pour les établissements financiers soit de vendre des actifs risqués à leur clientèle (MITCHELL et UTKUS, 2012), soit de sélectionner celle-ci sur la base de leur appétence pour le risque.

Sur le plan théorique, MERTON (1969), MOSSIN (1968) et P. A. SAMUELSON (1969) montrent qu'un investisseur dont les préférences sont iso-élastiques choisit d'investir une part constante de sa richesse en actifs risqués indépendamment de l'horizon de son placement ou de son âge sous l'hypothèse de marche aléatoire. YAYI (2015) montre que la stratégie d'investissement à profil constant implique une espérance de rendement supérieur et un risque plus faible comparativement à ceux de la stratégie à profil décroissant. Ces résultats ne valent cependant que pour des rendements sans corrélation temporelle. Aux horizons étudiées, cinq ans et au-delà, les études empiriques suggèrent que les rendements sont corrélés négativement (CAMPBELL et HENTSCHEL, 1992; COCHRANE, 2008; FAMA et FRENCH, 1988). Une corrélation négative réduit l'écart-type du rendement final par rapport au cas avec corrélation nulle et implique sur le plan théorique l'optimalité de la décroissance de la part risquée en fonction de l'horizon d'investissement (BODIE et CRANE, 1997; P. SAMUELSON, 1991). Des simulations statistiques restent néanmoins pertinentes pour deux raisons. Premièrement, l'autocorrélation des rendements est dans le meilleur des cas statistiquement faible, et de ce fait, ne remet pas nécessairement en cause l'optimalité du profil constant. Deuxièmement, même si le profil décroissant s'avérait optimal, les prédictions théoriques sont muettes sur l'ampleur du gain financier qu'un investisseur peut en attendre. Une quantification de ce gain n'avait jusque-là jamais été testée sur données financières réelles pour un grand nombre de périodes et de pays.

La suite de l'article se présente comme suit. La section 2 présente les données de l'étude. La section 3 expose sa méthodologie. La section 4 compare les deux stratégies d'investissement sur la base des différents critères de risque retenus. La section 5 étudie des stratégies alternatives ou complémentaires d'évaluations des risques financiers. La section 6 conclut.

2 Les données

Cette section présente les données sur lesquelles la validité empirique du mécanisme de désinvestissement graduel est testée. Dans la première sous-section, nous présentons les données de rendements. Nous décrivons le profil empirique de désinvestissement en actifs risqués dans la seconde sous-section.

2.1 Les données de rendement

Nous utilisons les données de rendement réel historique d'actifs cotés dans cinq pays : l'Allemagne, le Danemark, les États-Unis, la France et la Suède. En Allemagne, nous considérons les données du DAX, l'indice boursier de référence allemand (sources : Bloomberg), et des obligations du gouvernement allemand (sources : Federal Reserve Economic Data (FRED)) sur la période 1959-2014. Nous disposons pour le Danemark, des données annuelles de rendement d'actions cotées et d'obligations du gouvernement danois de 1922 à 2014. Ces données sont disponibles dans NIELSEN et RISAGER (2001) pour la période 1922 à 1999. Nous l'étendons à l'année 2014 en considérant les données de l'OMX Copenhagen 20, l'indice boursier de référence danois et les données d'obligations du gouvernement danois respectivement disponibles sur Bloomberg et FRED. Aux États-Unis, nous considérons un panier d'actions cotées et de bons du Trésor américain à trois mois fournis par Robert Shiller sur sa page dédiée³. Les rendements des bons du Trésor américain sont assimilés à l'actif sans risque. Ces données ont l'avantage d'être de bonne qualité, mises à jour régulièrement et de remonter jusqu'à l'année 1871. L'indice composite S&P est utilisé depuis 1926.

Sur le marché français, nous considérons l'indice CAC 40 représentant l'actif risqué et les bons du Trésor à 10 ans, considéré sans risque. Nous combinons les données de LE BRIS et HAUTCŒUR (2010) et celles de l'*International Financial Statistics (IFS)*, 2014, pour obtenir une base qui s'étend sur la période 1947-2013. Nous avons recours également à un panier d'actions cotées en Suède et des obligations à long terme du gouvernement suédois depuis 1874 fournis par WALDENSTRÖM (2014). Nous en déduisons les rendements réels à partir des données historiques du taux d'inflation. Nous décrivons la méthode d'obtention des rendements réels dans l'annexe A. Le graphique 1 présente l'évolution des rendements réels des actifs sur chacun de ces marchés.

Insérer le graphique 1

Comme on peut le remarquer sur les graphiques 1a–1e, le rendement des actions a considéra-

3. Voir www.econ.yale.edu/shiller/data.htm pour les données et la méthodologie de construction.

blement fluctué au cours du temps en lien avec les récessions et les crises financières. Dans le cas du Danemark par exemple, les rendements et la volatilité des actions ont fortement augmenté depuis 1983. Cette augmentation peut s'expliquer par des changements majeurs dans la politique économique et de libéralisation des flux de capitaux (NIELSEN et RISAGER, 2001). En comparaison, les rendements réels des obligations varient faiblement dans le temps. Le tableau 1 présente des statistiques descriptives par pays et échéance sur les rendements financiers.

2.2 Le profil de désinvestissement

Afin de rester au plus près des pratiques commerciales réelles, nous considérons le profil moyen obtenu à partir des mécanismes de désinvestissement proposés par un échantillon de 20 contrats d'épargne retraite ou de fonds à horizons commercialisés par des institutions financières aux États-Unis⁴. Dans chacun des contrats, l'épargnant délègue l'allocation de son épargne entre un fonds non risqué et un des fonds composés de titres risqués investis sur les marchés financiers conformément à une règle de désinvestissement spécifiée contractuellement. Chaque année, l'établissement opère des arbitrages afin de maintenir les parts spécifiées. Le mécanisme de désinvestissement est dans certains contrats ou fonds spécifié en fonction de l'âge et non de l'horizon. En cohérence avec un objectif de financement de la retraite, nous appliquons les parts risqués de manière à ce que l'année terminale du placement corresponde à 65 ans.

Le graphique 2 présente le barème de sécurisation moyenné sur l'ensemble des contrats de notre échantillon. La part moyenne investie en actifs risqués est de 85 % à 35 ans, soit à 30 ans de la retraite, puis décroît de façon approximativement linéaire jusqu'à environ 40 % à 65 ans, à la liquidation.

Insérer le graphique 2

Nous testons dans la suite la validité du mécanisme de gestion du risque financier, visant à désinvestir progressivement en actifs risqués, sur la base des rendements boursiers historiques des cinq pays mentionnés.

3 Méthodologie

Nous présentons dans cette section comment sont calculés les rendements à échéance en fonction des stratégies d'allocation (sous-section 3.1) et ces mêmes calculs dans le cas de la base fusionnée

4. Il s'agit des contrats proposés par les institutions suivantes : Allianz, American Funds, BlackRock, Fidelity Investment, Invesco, John Hancock Investments, PIMCO Real Return Fund, Principal Funds, JP Morgan, T. Rowe Price, Vanguard Target Retirement Funds, Well Fargo, American Century, Franklin Templeton Investments, Manning & napier, Putnam Investments, ClearTrack Retirement Income, MassMutual RetireSmart, Russell Investments et Tiaa-cref.

(sous-section 3.2).

3.1 Le calcul des rendements cumulés

Soit T l'horizon d'investissement en années, $T \in \{5, 10, 15, 20, 25, 30\}$. Pour un pays donné et au sein d'un historique de rendements financiers de n années, nous faisons glisser $n - T$ fenêtres d'investissement à l'intérieur desquelles le rendement réel cumulé terminal est calculé pour les deux stratégies en présence. Pour un horizon T et une fenêtre temporelle s , $r_s(t)$ et $r_s^f(t)$ représentent les rendements respectivement risqués et sans risque observés à la date t . Le rendement cumulé avec une stratégie de décroissance de la part risquée est :

$$R_s^d = \prod_{t=1}^T \left(1 + \alpha(t)r_s(t) + (1 - \alpha(t))r_s^f(t) \right)$$

avec $\alpha(t)$ la part risquée contractuelle présentée dans le graphique 2. La stratégie financière alternative consiste à investir une part d'actifs risqués constante sur la durée du placement et égale à la moyenne des parts risquées de la stratégie de désinvestissement graduel de même horizon :

$$\bar{\alpha} = \frac{\alpha(1) + \dots + \alpha(T)}{T}$$

Le rendement cumulé correspondant est :

$$R_s^c = \prod_{t=1}^T \left(1 + \bar{\alpha}r_s(t) + (1 - \bar{\alpha})r_s^f(t) \right)$$

En faisant glisser la fenêtre s , nous obtenons $N = n - T$ rendements cumulés $\{R_s^d; s = 1, \dots, N\}$ et $\{R_s^c; s = 1, \dots, N\}$ pour les deux stratégies. Les mesures de risque sont calculées sur la base de ces échantillon de rendement.

3.2 La base fusionnée des rendements

Même si l'analyse des risques est faite par pays, il semble intéressant de faire abstraction des aléas de pays et périodes attribuables aux spécificités historiques et régionales. Cela nous permettra de dresser un bilan plus synthétique des différences de risque des deux stratégies. La méthodologie présentée dans la sous-section 3.1 revient à supposer que l'épargnant tire aléatoirement une séquence de rendements par pays parmi les N sous-périodes disponibles au sein d'un l'historique complet des rendements avec la probabilité $1/N$. Nous pouvons prolonger cette hypothèse en supposant que l'épargnant tire de manière équiprobable non seulement la sous-période mais également le pays. Cela revient à produire des statistiques de rendements sur l'ensemble des sous-périodes pour tous les pays. Les pondérations de chaque pays sont

proportionnelles au nombre de sous-périodes et donc à la taille de l'échantillon de rendement du pays.

4 Comparaison des risques des deux stratégies

Nous comparons dans cette section la politique de désinvestissement graduel des marchés financiers avec une politique alternative de constance des parts investies en actifs risqués. Nous comparons les performances des deux politiques en matière d'écart de rendements (sous-section 4.1), de risque de dispersion du rendement final (sous-section 4.2), de degré de dissymétrie (sous-section 4.3), de prime de risque de la politique de décroissance de la part investie en actifs risqués (sous-section 4.4) et de risque de perte (sous-section 4.5).

4.1 Les écarts de rendements

Bien que notre intérêt se porte sur les écarts de risque, il est instructif de vérifier préalablement si des écarts de rendements moyens sont présents. Les graphiques 3 indiquent les rendements réels annualisés des deux stratégies sur plusieurs horizons d'investissement et marchés boursiers.

Insérer le graphique 3

Les rendements réels annualisés diffèrent sensiblement d'un pays à l'autre : plus de 5 % pour la Suède (1874-2012) et les États-Unis (1871-2012) contre environ 4,5 % ou moins pour l'Allemagne (1959-2014) et le Danemark (1922-2014), et 3 % ou moins pour la France (1947-2013). Le rendement moyen pour la base fusionnée des rendements est d'environ 4,5 % et approximativement plat. Il existe une légère sensibilité du rendement par rapport à l'horizon qui s'explique par des effets de bord, les horizons longs surpondérant les dates intermédiaires de l'échantillon⁵.

Si nous comparons maintenant les rendements espérés par stratégie, nous constatons des profils très similaires pour le Danemark (1922-2014), les États-Unis (1871-2012), la Suède (1874-2012) et la base fusionnée des rendements et quelques écarts pour les horizons les plus longs pour l'Allemagne (1959-2014) et la France (1947-2013). Par construction, la stratégie de désinvestissement graduel surpondère les rendements risqués en début de période et sous-pondère ceux en fin de période par rapport à la stratégie alternative. Pour les pays dont nous disposons de séries plus longues (les États-Unis, le Danemark et la Suède), ces effets sont dilués et disparaissent. La présence d'écarts de rendements espérés ne permet cependant pas de conclure à

5. A titre d'exemple, une moyenne mobile sur une fenêtre de 10 ans utilisera dix fois la même observation, excepté aux extrémités. Une moyenne mobile sur deux ans utilisera deux fois la même date. Les deux moyennes utiliseront la première et la dernière date de l'échantillon le même nombre de fois, soit une seule fois.

la supériorité d'une stratégie sur la seconde car cela nécessiterait de prévoir à long-terme les évolutions boursières, ce qui est extrêmement difficile.

Nous pouvons également nous interroger sur la significativité statistique des écarts de rentabilité observés. Nous construisons pour chaque horizon et pays, deux échantillons appariés $\{(R_1^d, R_1^c), (R_2^d, R_2^c), \dots, (R_N^d, R_N^c)\}$ à partir des rendements cumulés des profils décroissant et constant sur les N périodes d'observations. Nous en déduisons le différentiel de rendement cumulé entre les deux stratégies en soustrayant deux à deux les rendements, puis testons la significativité du différentiel pour chaque horizon d'investissement à partir d'un test de Student. Les résultats concluent au non-rejet de l'hypothèse nulle d'égalité des rendements réels finaux moyens des stratégies sauf en Allemagne aux horizons 25 et 30 ans, au seuil de 5 % (Tableau 2). Ces résultats confirment l'impression visuelle des graphiques 3.

Insérer le tableau 2

4.2 Le risque de dispersion

Nous retenons comme première mesure du risque l'écart-type des rendements réels cumulés. Les graphiques 4 présentent cette statistique pour différents horizons d'investissement et marchés boursiers.

Insérer le graphique 4

L'analyse des graphiques 4 révèle une forte sensibilité du risque de rendement par rapport au pays et à l'horizon, et comparativement, une faible sensibilité par rapport à la stratégie. Le risque est croissant avec l'horizon, ce qui est conforme à un modèle dans lequel les rendements sont distribués indépendamment.⁶ Le risque financier est variable selon les pays avec un risque particulièrement élevé pour la Suède et faible pour l'Allemagne et les États-Unis. Notons que la hausse du risque avec l'horizon ne signifie pas qu'un investisseur rationnel devrait réduire la part risquée quand l'horizon du placement s'allonge car le rendement cumulé s'accroît également avec l'horizon du placement.

Il est difficile de déceler visuellement la supériorité d'une stratégie d'investissement sur la seconde, particulièrement dans la base fusionnée. La stratégie de constance de la part risquée est légèrement préférable aux horizons les plus longs pour l'Allemagne (1959-2014), la France (1947-2013), la Suède (1874-2012). Elle est équivalente à la stratégie avec parts décroissantes

6. L'écart-type de la somme de T variables aléatoires indépendantes croît en effet à la vitesse de \sqrt{T} . Une auto-corrélation négative des rendements peut cependant atténuer le lien entre horizon et risque. La relation pourrait même être renversée en théorie, bien que cela ne se produise jamais dans les données par pays dont nous disposons.

pour les États-Unis (1871-2012), et légèrement inférieure pour le Danemark (1922-2014).

Nous pouvons compléter cette impression visuelle par un test statistique d'égalité des variances des rendements des deux stratégies. Nous appliquons un test de Fisher sur les séries de rendements réels cumulés du profil constant et décroissant pour chaque marché boursier et horizon. Le tableau 3 présente les résultats.

Insérer le tableau 3

L'analyse conclut au non rejet de l'hypothèse nulle d'égalité des variances des deux stratégies pour tous les marchés et horizons d'investissement considérés. Nous en concluons que la stratégie dite de sécurisation des rendements à échéance fondée sur la décroissance de la part investie en actifs risqués n'est pas supérieure en termes d'écart-type du rendement terminal à une politique alternative de part constante investie sur les marchés financiers.

4.3 Le risque de baisse

L'écart-type des rendements ne décrit pas complètement le risque financier si la distribution des rendements n'est pas symétrique, en particulier pour un investisseur soucieux de limiter ses pertes (HARVEY et SIDDIQUE, 2000). Nous complétons la mesure précédente du risque par le calcul des coefficients de dissymétrie de la distribution dans les deux stratégies pour différents horizons. Un coefficient de dissymétrie négatif révèle une fréquence plus élevée de performances inférieures à la moyenne que de performances supérieures à celle-ci. Indépendamment de l'aversion pour le risque (ARROW, 1965 ; PRATT, 1964), les épargnants prudents sont attirés par les risques de hausse (*upside risk*) et fuient les risques de baisse (*downside risk*) (KIMBALL, 1990). Ils exigeront par conséquent une prime de dissymétrie pour les distributions de rendement à coefficient de dissymétrie négatif. Les graphiques 5 (5a-5f) présentent les coefficients de dissymétrie du rendement réel cumulé pour les deux stratégies, différents horizons et pays.

Insérer le graphique 5

Les coefficients sont positifs reflétant une déformation de la distribution des rendements cumulés vers la droite. Les coefficients n'ont pas de profil net en fonction de l'horizon, bien que dans la base fusionnée le profil soit approximativement croissant. On note un léger écart entre les deux stratégies. A l'exception de l'Allemagne, les États-Unis, la France et de la base fusionnée des rendements aux horizons 25 et 30 ans et de la Suède, la stratégie avec profil constant surperforme globalement la stratégie avec profil décroissant en termes de dissymétrie, mais d'une marge visuellement faible.

Nous pouvons mettre en oeuvre un test statistique d'égalité des coefficients de dissymétrie des rendements des deux stratégies. Nous construisons sur le différentiel de rendement cumulé entre les deux stratégies précédemment présenté dans la sous-section 4.1, une statistique de test sous l'hypothèse nulle d'égalité des coefficients de dissymétrie des deux stratégies, pour chaque marché boursier et horizon. Cette statistique $Z = S_k * \sqrt{\frac{(N-2)(N+1)(N+3)}{6N(N-1)}}$ (avec S_k le coefficient de dissymétrie du différentiel de rendements et N le nombre de périodes d'observations) suit asymptotiquement une loi normale centrée réduite. Les résultats concluent au non-rejet de l'hypothèse nulle d'égalité des coefficients de dissymétrie des stratégies sauf au Danemark, aux États-Unis à l'horizon 10 ans, en Suède aux horizons 25 et 30 ans et pour la base fusionnée des rendements aux horizons 10-30 ans, au seuil de 5 % (Tableau 4).

Insérer le tableau 4

4.4 La prime de risque

Bien que les écarts-types des rendements cumulés ne diffèrent pas significativement entre les deux stratégies d'un point de vue statistique, ils pourraient conserver une significativité économique pour des investisseurs averses au risque. De même, certaines différences constatées dans la dissymétrie des distributions suggèrent que des investisseurs prudents pourraient préférer la stratégie avec profil constant. Afin de quantifier une telle préférence, nous estimons la prime de risque qu'un épargnant doté d'une fonction d'utilité calibrée réclamerait pour investir son épargne dans un compte avec désinvestissement graduel plutôt qu'avec une part risquée constante. Nous reprenons les notations de la sous-section 3.1 et choisissons une fonction d'utilité de forme puissance :

$$u(W) = \frac{W^{1-\lambda}}{1-\lambda}$$

avec λ le degré d'aversion relatif pour le risque de l'investisseur et W sa richesse terminale. La fonction d'utilité choisie se traduit par une aversion relative au risque constante ainsi qu'une aversion au risque de perte⁷.

En posant $W_0 = 1$ la richesse initiale, l'utilité de la richesse finale pour la période s est $u(R_s^d)$ et $u(R_s^c)$ pour les deux stratégies à profils décroissant et constant respectivement. Pour un niveau d'aversion au risque donné, nous calculons l'utilité terminale pour chaque stratégie et horizon d'investissement. Nous définissons la prime de risque P comme le surcroît de rendement, appliqué à la stratégie avec profil décroissant, réclamé par l'investisseur pour être indifférent

7. La dérivée troisième de u est positive. L'épargnant est donc prudent et exprime une désutilité pour les distributions dont le coefficient de dissymétrie est négatif.

entre les politiques de constance et de décroissance de la part risquée :

$$\frac{1}{N} \sum_{s=1}^N u(R_s^d + P) = \frac{1}{N} \sum_{s=1}^N u(R_s^c) \quad (1)$$

avec $\{R_s^d; s = 1, \dots, N\}$ et $\{R_s^c; s = 1, \dots, N\}$ les rendements cumulés calculés sur les N périodes d'observation pour la stratégie à profil décroissant et constant respectivement. Une prime positive signifie que le profil constant est supérieur, une prime négative l'inverse. Afin de rendre comparables graphiquement les horizons, nous annualisons ensuite les rendements cumulés et les primes de risque. Les graphiques 6 (6a–6f) présentent les résultats pour un degré d'aversion au risque égal à 2 sur les cinq marchés boursiers.

Insérer le graphique 6

La prime de risque du profil décroissant est globalement faible pour les horizons d'investissement inférieurs à 20 ans. Elle est approximativement nulle pour le Danemark (1922-2014), les États-Unis (1871-2012) et la Suède (1874-2012). Elle est visiblement positive pour la France (1947-2013), l'Allemagne (1959-2014) et pour la base fusionnée des rendements aux horizons longs, ce qui marque une préférence pour le profil constant. Les primes de risque restent néanmoins faibles, comparativement aux effets horizons et pays.

Nous testons la robustesse de la prime de risque au degré d'aversion au risque. Le tableau 5 présente les résultats.

Insérer le tableau 5

La prime de risque du profil décroissant est relativement stable pour des variations raisonnables du degré d'aversion relative pour le risque autour de 2. Au total, le critère de la prime de risque ne permet de distinguer une stratégie, sauf dans le cas de la France et l'Allemagne pour les horizons supérieurs à 20 ans.

4.5 Le risque de perte

Un argument souvent rencontré en faveur du profil décroissant est que plus l'horizon s'allonge, plus la probabilité de réaliser un rendement cumulé négatif sur le marché des actions s'amenuise, les pertes se compensant avec les gains sur la durée. Si le risque ainsi mesuré diminue avec l'horizon, un investisseur devrait investir une grande part de sa richesse en actions au début de sa période d'épargne puis réduire cette part avec l'âge. Nous évaluons cet argument et quantifions la fréquence de survenue de rendements négatifs à l'échéance de l'investissement. Les graphiques 7 présentent les résultats par pays aux horizons d'investissement 5, 10, 20, 25 et 30 ans.

Insérer le graphique 7

L'analyse des graphiques 7 confirme la décroissance de la probabilité de perte par rapport à l'horizon d'investissement. Les actions profitent sur le long terme de la prime de risque positive. On note une fréquence de perte autour de 15 % à l'horizon 5 ans contre moins de 4 % à l'horizon 30 ans dans tous les pays à l'exception de la France, pays dont la prime de risque est la plus faible. Lorsqu'on compare les deux stratégies, la fréquence de pertes est similaire ou diffère légèrement, mais sans supériorité systématique d'une stratégie sur la seconde. Les écarts sont proches de zéro sur la base fusionnée. En conclusion, nos données confirment la réduction du risque de perte avec l'horizon mais ne confirment pas le raisonnement qui consiste à en déduire la supériorité du profil décroissant sur le profil constant.

5 Variantes

Les résultats de la section précédente ont montré que les profils constant et décroissant aboutissent à des résultats similaires en matière de risque à échéance du placement. Nous mettons en oeuvre quatre variantes de l'exercice précédent nous permettant de tester la robustesse de ces conclusions. Dans la première variante, nous considérons des préférences alternatives face au risque pour l'investisseur (sous-section 5.1). Dans la deuxième, la politique de référence est corrigée de manière à effacer des différences éventuelles de rendements espérés des deux politiques (sous-section 5.2). Dans la troisième, nous utilisons un échantillon de contrats français plutôt qu'étasuniens pour calibrer le profil moyen de désinvestissement dans la stratégie de décroissance de la part risqué (sous-section 5.3). Enfin, nous étudions les implications d'une richesse intertemporelle illiquide (sous-section 5.4).

5.1 Préférences alternatives

La fonction d'utilité retenue dans le calcul de la prime de risque est une fonction dont le degré d'aversion relative pour le risque est constant avec la richesse. Certains travaux théoriques et empiriques suggèrent que le degré d'aversion relative pour le risque serait en réalité croissant avec la richesse, bien que le degré d'aversion absolu reste décroissant avec cette dernière (HOLT, LAURY et al., 2002). Sous cette hypothèse, la richesse augmentant au cours du cycle de vie, les individus deviennent de plus en plus averses aux risques multiplicatifs sur la richesse, ce qui pourrait se traduire par une diminution de la fraction optimale de la richesse allouée aux actifs risqués à l'approche de la liquidation. Nous évaluons la validité de ce scénario en posant une fonction d'utilité puissance-exponentielle (SAHA, 1993) :

$$U(x) = \frac{1 - \exp(-\alpha W^{1-r})}{\alpha}$$

La fonction satisfait la propriété de croissance de l'aversion relative au risque avec la richesse. Nous reprenons les valeurs des paramètres de Holt et Laury (2003) : $r = 0.269$ et $\alpha = 0,029$. Un inconvénient de cette forme fonctionnelle est la forte sensibilité du degré d'aversion relative au risque à la richesse. Avec les paramètres sus-mentionnés, ce degré est de 0.88 pour une richesse $W = 100$, de 3.58 pour une richesse $W = 1000$, de 18.1 pour $W = 10000$ et déjà 96.1 pour $W = 100000$. Les graphiques 8 présentent les résultats pour différentes valeurs de l'investissement initial $W_0 = 1, 100, 1000, 10000$.

Insérer le graphique 8

Contrairement à l'intuition initiale, le profil décroissant ne surperforme pas le profil constant. En effet, l'investisseur ne valorise pas en tant que tel le profil temporel d'exposition au risque mais le risque sur la richesse à l'échéance de l'investissement. A cette aune, le profil constant domine légèrement le profil décroissant, conformément aux enseignements des graphiques 6.

5.2 Égalisation des espérances de rendements

Nous avons jusque là comparé la politique de désinvestissement graduel avec une politique de constance de la part risquée dans laquelle la part retenue est égale à la moyenne arithmétique des parts risquées du profil décroissant. Les graphiques 3a à 3f montrent que pour la plupart des pays, les rendements espérés sont approximativement égaux, mais que certains écarts apparaissent aux horizons les plus longs pour l'Allemagne (1959-2014) et la France (1947-2013). Bien que ces écarts puissent être considérés comme un élément important de comparaison des deux stratégies, ils doivent être conceptuellement distingués de la capacité des deux politiques à réduire le risque à échéance. Ainsi, les primes de risque calculées dans la sous-section 4.4 reflètent partiellement des écarts de rendement moyen plutôt que de risque moyen. Afin de contrôler les premiers, nous ajustons la part constante dans la politique alternative pour chaque pays et chaque horizon de manière à ce que les rendements espérés des deux stratégies soient égaux. Cette procédure nous permet de nous concentrer sur le risque de ces deux stratégies d'investissement. Les graphiques 9 présentent les primes de risque de la politique de décroissance de la part risquée avec cette nouvelle convention.

Insérer le graphique 9

La comparaison des graphiques 6 et 9 n'indique pas de différences notables, quel que soit le pays et l'horizon considérés. Les profils de risque des deux stratégies restent très proches. Les conclusions de la section précédente quant à la quasi-équivalence des deux stratégies demeurent pertinentes.

5.3 Un profil de désinvestissement alternatif

La section précédente utilise comme mécanisme de désinvestissement le profil moyen tiré d'un échantillon de 20 contrats d'épargne ou de fonds à horizon commercialisés par des institutions financières des États-Unis et représenté dans le graphique 2. Nous pouvons nous demander dans quelle mesure nos résultats sont robustes à d'autres politiques de désinvestissement. Pour répondre à cette question sans s'éloigner des pratiques du secteur financier, nous remplaçons le profil moyen étasunien par celui d'un échantillon de contrats d'épargne proposés sur le marché français.⁸ Le profil moyen obtenu est présenté dans le graphique 10, à côté du profil étasunien.

Insérer le graphique 10

A horizon donné, les contrats français proposent une part d'actifs risquée significativement plus faible, de plus de 20 points de pourcentage, que les contrats étasuniens. Ces différences reflètent sans doute une défiance plus marquée vis à vis des marchés financiers des investisseurs français par rapport à leurs homologues étasuniens. Nous constatons également un profil un peu plus pentu dans le cas français reflétant un désinvestissement plus rapide en fonction de l'échéance. Ces contrastes rendent pertinent le test des deux profils d'investissement dans le cas français. Nous retenons comme mesure synthétique du risque la prime de risque du profil décroissant. Le graphique 11 présente les résultats.

Insérer le graphique 11

Les résultats confirment globalement ceux obtenus avec le barème étasuniens. La décroissance plus forte du profil de désinvestissement fait néanmoins davantage ressortir des écarts au profit du profil constant. Ce dernier apparaît meilleur en Allemagne et en France, et légèrement supérieur au Danemark, aux États-Unis, en Suède, ainsi que dans la base fusionnée des rendements.

5.4 Prise en compte d'une richesse intertemporelle illiquide

Nous avons jusque là supposé que l'investisseur dispose d'un capital à la date initiale qu'il place sur les marchés financiers pendant T périodes. Il peut en pratique également disposer d'un revenu périodique dont une partie est épargnée et s'ajoute à son patrimoine financier. Sa richesse intertemporelle (la somme actualisée de ses ressources actuelles et à venir) diffère dans

8. Ces contrats sont majoritairement des contrats d'assurance vie dans lesquels une option de sécurisation de l'épargne est proposée : AXA Arpège, AXA Clèr, AXA Far, AXA PERP, BNP PERP, Solésio de la Banque postale, Générali épargne, HSBC Elysées PERP, HSBC Elysées Retraite individuelle, MAAF Winalto, MAIF PERP Profil 1, MAIF Responsable et Solidaire, MMA multistratégies actifs, Société Générale Epicéa.

ce cas de son capital financier instantané. La théorie économique nous enseigne que l'investisseur devrait arbitrer entre les différentes classes d'actifs en fonction de sa richesse intertemporelle et pas seulement ses liquidités courantes.

Dans quelle mesure les résultats précédents survivent-ils à une entrée progressive sur les marchés de capitaux? Notons a_t le flux d'épargne de la période $t = 0, 1, \dots, T$, que l'on suppose pour simplifier connu à la date 0. Si le marché financier est parfait, l'investisseur peut s'endetter au taux sans risque r^f . Les contraintes budgétaires périodiques sont levées au profit d'une contrainte budgétaire intertemporelle unique qui reflète un élargissement des choix financiers possibles. L'épargnant dispose à la date 0 de la somme :

$$W_0 = a_0 + \sum_{s=1}^{T-1} \frac{a_s}{\prod_{j=1}^s (1 + r^f(j))} \quad (2)$$

qu'il peut allouer entre l'actif sans risque et l'actif risqué. Ce cadre est équivalent au modèle initial dans lequel l'investisseur dispose d'un capital unique à placer à la date 0.

Si en revanche les marchés financiers sont imparfaits, l'investisseur peut rencontrer des difficultés à emprunter en gageant ses revenus futurs. Pour clarifier les implications de cette hypothèse, supposons que sa capacité d'emprunt soit nulle et qu'il ne dispose d'aucun capital initial, excepté son épargne de la période. Il est donc amené à investir progressivement sur les marchés financiers, ce qui contraint son profil temporel d'investissement. L'épargne maximale qu'il peut investir en actions à la date 0 est en effet a_0 , alors qu'en présence de marchés financiers parfaits, il pourrait s'endetter et investir en actifs risqués $\alpha(1)W_0$ où $\alpha(1)$ est la part optimale qui s'applique à la richesse intertemporelle dans un marché parfait (éq. 2). Il est donc probable que l'épargne disponible initiale ne lui permette pas d'investir un montant optimal de titres risqués. Pour les mêmes raisons, son épargne disponible sera également probablement insuffisante les périodes suivantes pour acquérir la quantité de titres risqués compatible avec sa demande financée par levier. La part optimale qui s'applique à l'épargne disponible devrait par conséquent être les premières périodes de 100% avant de diminuer une fois un montant d'épargne suffisant accumulé. Ce raisonnement suggère que si l'épargnant investit progressivement sur les marchés financiers, la part optimale devrait avoir un profil décroissant, et ceci même dans le cas où la part appliquée à la richesse intertemporelle ne le serait pas. Nous testons la validité empirique de ce raisonnement dans la suite.

Nous commençons par évaluer les implications en termes de sensibilité de la richesse au risque financier. La quantité d'actifs risqués acquise à la date 0 avec marchés imparfaits est $\alpha(1)a_0$. La part $\gamma(1)$ correspond à la part investie en actions mais rapportée à la richesse intertemporelle

de l'investisseur :

$$\gamma(1) = \frac{\alpha(1)a_0}{W_0}$$

où W_0 est la richesse intertemporelle de l'éq. (2). A la date suivante, l'actif disponible est :

$$A(1) = a_0 \left(1 + \alpha(1)r(1) + (1 - \alpha(1))r^f(1) \right) + a_1$$

avec $r(1)$ le rendement de l'actif risqué entre 0 et 1 et $r^f(1)$ celui de l'actif sans risque sur la même période. La part investie en actifs risqués est $\alpha(1)A(1)$. Le montant placé en actifs risqués par l'épargnant rapporté à sa richesse intertemporelle W_1 à la date 1 est :

$$\gamma(1) = \frac{\alpha(1)A(1)}{W_1}$$

avec :

$$W_1 = A(1) + \sum_{s=2}^T \frac{a_s}{\prod_{j=2}^s (1 + r^f(j))}$$

Plus généralement, l'actif disponible à la date $t = 1, \dots, T - 1$ est :

$$A(t) = A_{t-1} \left(1 + \alpha(t)r(t) + (1 - \alpha(t))r^f(t) \right) + a_t$$

Le ratio du montant d'actifs risqués sur la richesse intertemporelle à la date t est :

$$\gamma(t+1) = \frac{A(t)}{A(t) + \sum_{s=t+1}^T \frac{a_s}{\prod_{j=t+1}^s (1 + r^f(j))}} \alpha(t+1) \quad (3)$$

Même si pour des raisons pratiques, l'usage des institutions financières est de définir la part risquée en fonction de l'épargne financière courante, le profil temporel $\{\gamma(t), t = 1, \dots, T - 1\}$ est une mesure plus pertinente de l'exposition réelle au risque des actions au cours de la période d'accumulation. Nous l'estimons en prenant comme parts α les parts moyennes observées dans un échantillon de contrats étasuniens du graphique 2, ou une part constante égale à la moyenne arithmétique des parts variables sur le même horizon. Nous supposons que l'investisseur dispose, pour un horizon de placement de T périodes, d'une épargne périodique a_s égale à $1/T$. Les taux sans risque r^f qui servent à actualiser les flux futurs dans l'équation (3) sont repris des historiques de rendement par pays. Les graphiques 12 présentent les profils d'investissement implicites γ rapportés à la richesse intertemporelle pour des horizons de placement de 30 ans.

Insérer le graphique 12

Les résultats appellent deux commentaires. Premièrement et conformément à l'intuition, la part investie sur les marchés financiers en proportion de la richesse intertemporelle est significativement plus faible que la part appliquée à la richesse disponible. Deuxièmement, un profil constant appliqué à la richesse financière courante implique en réalité un profil croissant par rapport à la richesse intertemporelle, avec une part passant d'environ 4 % à 30 ans à plus de 50 % en fin d'accumulation. Tout se passe comme si l'investisseur en choisissant une part constante sur sa richesse financière instantanée adoptait un profil d'investissement croissant par rapport à sa richesse intertemporelle sur son cycle d'accumulation. Logiquement, le profil commercial décroissant réduit considérablement cet effet sur la part risquée puisque le profil effectif croît la première moitié de la phase d'accumulation, stagne, puis finit par décroître en fin de cycle, après un plateau. Le constat est le même lorsque l'horizon de placement est réduit à 15 ans (graphique 13).

Ces différences marquées d'exposition implicite aux marchés financiers nous amènent à la comparaison des deux stratégies en termes de risque. En conservant les notations précédentes, l'épargne accumulée à la date terminale T avec investissement progressif est :

$$W_T = \sum_{s=0}^{T-1} a_s \prod_{j=s+1}^T \left(1 + \alpha(j)r(j) + (1 - \alpha(j))r^f(j) \right)$$

avec $\alpha(j)$ la part du portefeuille investi en actifs risqués qui, comme précédemment est soit la part moyenne observée dans un échantillon de contrats étasuniens du graphique 2, soit une part constante égale à la moyenne arithmétique des parts variables sur le même horizon. Nous maintenons l'hypothèse d'une épargne périodique constante : $a_s = 1/T$. Sur la base de cette formule, W_T^d et W_T^c sont les richesses terminales accumulées avec respectivement une part décroissante et constante.

Les graphiques 14 présentent les trois premiers moments statistiques des richesses terminales pour l'ensemble des pays.

Insérer le graphique 14

Les résultats restent proches de ceux obtenus avec un capital investi intégralement dès la date initiale. La richesse terminale moyenne du profil constant est un peu supérieure à celle du profil décroissant (graphique 14a). Le profil constant sousperforme le profil décroissant en termes d'écart-type de la richesse finale accumulée (graphique 14b). L'inverse s'observe en termes de dissymétrie de la richesse finale (graphique 14c).

Le fait que le profil constant se distingue à la fois par un rendement moyen et un risque plus élevés peut refléter en partie une exposition marginalement supérieure au risque des actions.

Comme dans la sous-section 5.1, nous corrigeons cet écart en ajustant la part investie en actions dans le profil constant de manière à égaliser les rendements moyens dans les deux profils. Les écart-types des rendements dans les deux profils sont représentés dans le graphique 14d. La supériorité du profil décroissant est conservée mais d'une marge quantitativement très faible.

Comme dans la section 4, nous évaluons la significativité statistique des résultats grâce à plusieurs tests statistiques (Tableau 6). Le différentiel de richesse terminale moyen entre les deux stratégies est significativement différent de zéro. On rejette l'hypothèse nulle d'égalité des variances pour tout horizon d'investissement de plus de 15 ans. On rejette également l'hypothèse nulle d'égalité des coefficients de dissymétrie des deux stratégies. En revanche, on ne peut pas rejeter l'hypothèse nulle d'égalité de la variance des deux stratégies après égalisation des richesses terminales moyennes des deux stratégies. Ces résultats confirment l'impression visuelle des graphiques 14.

6 Conclusion

Dans cet article, nous testons la validité empirique du mécanisme de gestion du risque financier dit de « sécurisation de l'épargne ». Cette option de gestion repose sur un désinvestissement graduel des marchés financiers. Nous montrons qu'une stratégie d'investissement à profil constant simple à mettre en oeuvre est équivalente en terme de risque à celle de sécurisation progressive de l'épargne. La seconde politique est pourtant fréquemment proposée aux épargnants dès lors que leur horizon de placement est suffisamment long ou que leur objectif est le financement de la retraite.

Un argument souvent avancé en faveur du profil décroissant est que le risque serait décroissant avec l'horizon, et qu'en conséquence il conviendrait d'investir une part élevée de son épargne sur les marchés financiers quand la date de liquidation est éloignée puis de se désengager au fur et à mesure que le risque s'accroît ou que l'horizon se réduit. En réalité, ce raisonnement confond le risque sur le rendement annualisé moyen, lequel décroît bien avec l'horizon, du risque sur le rendement cumulé qui croît au contraire avec l'horizon. La seconde mesure de rendement est la seule pertinente pour un investisseur liquidant son épargne à terme.

Une autre intuition justifiant fréquemment ce type de stratégie est qu'une sortie graduelle permettrait de limiter l'impact des crises boursières susceptibles de survenir à l'approche de la liquidation du plan. Pourtant, une fois comparée à une politique d'investissement équivalente en terme d'exposition moyenne aux risques financiers, cette intuition ne se vérifie pas. Bien que

le rendement du plan soit partiellement insensibilisé aux chutes de rendement en fin de période, le profil décroissant surexpose la performance du plan aux baisses boursières qui surviennent dans la première partie de la période d'accumulation.

Nos résultats accréditent l'argument qu'en cas de capital humain illiquide et d'épargne graduelle, une part constante investie en titres risqués revient à s'exposer de façon croissante avec le temps au risque financier. Une part décroissante atténue ce mécanisme et, de fait, implique un écart-type sur la richesse finale plus faible que celui produit par une part constante. Cette supériorité du profil décroissant est cependant quantitativement faible.

Références

- AMERIKS, John et Stephen ZELDES (sept. 2004). « How Do Household Portfolio Shares Vary With Age ? » *document de travail*.
- ARROW, Kenneth J. (1965). « The theory of risk aversion, in : Aspects of the theory of risk-bearing ». (*Helsinki*).
- BODIE, Zvi et Dwight B. CRANE (mai 1997). « Personal Investing : Advice, Theory, and Evidence from a Survey of TIAA- CREF Participants ». *document de travail*.
- CAMPBELL, John Y et Ludger HENTSCHEL (1992). « No news is good news : An asymmetric model of changing volatility in stock returns ». *Journal of financial Economics* 31.3, p. 281–318.
- COCHRANE, John H. (juil. 2008). « The Dog That Did Not Bark : A Defense of Return Predictability ». *Review of Financial Studies* 21.4, p. 1533–1575.
- FAMA, Eugene F et Kenneth R FRENCH (1988). « Permanent and temporary components of stock prices ». *The Journal of Political Economy*, p. 246–273.
- HARVEY, Campbell R et Akhtar SIDDIQUE (2000). « Conditional Skewness in Asset Pricing Tests ». *The Journal of Finance* 55.3, p. 1263–1295.
- HOLT, Charles A, Susan K LAURY et al. (2002). « Risk aversion and incentive effects ». *American economic review* 92.5, p. 1644–1655.
- JAGANNATHAN, Ravi et Narayana R. KOCHERLAKOTA (1996). « Why should older people invest less in stock than younger people ? » *Quarterly Review* Sum, p. 11–23.
- KIMBALL, Miles S (jan. 1990). « Precautionary Saving in the Small and in the Large ». *Econometrica* 58.1, p. 53–73.
- LE BRIS, David et Pierre-Cyrille HAUTCŒUR (oct. 2010). « A challenge to triumphant optimists? A blue chips index for the Paris stock exchange, 1854-2007 ». *Financial History Review* 17.02, p. 141–183.
- MARKOWITZ, Harry (mar. 1952). « Portfolio Selection ». *The Journal of Finance* 7.1, p. 77.
- MERTON, Robert (août 1969). « Lifetime Portfolio Selection Under Uncertainty : The Continuous Time Case ». *Review of Economics and Statistics* 51(3), p. 247–257.
- MITCHELL, Olivia S. et Stephen UTKUS (mar. 2012). *Target-Date Funds in 401(k) Retirement Plans*. Working Paper 17911. National Bureau of Economic Research.
- MOSSIN, Jan (1968). « Optimal Multiperiod Portfolio Policies ». *The Journal of Business* 41.2, p. 215–229.
- NIELSEN, Steen et Ole RISAGER (2001). « Stock returns and bond yields in Denmark, 1922–1999 ». *Scandinavian Economic History Review* 49.1, p. 63–82.

- PRATT, John W (1964). « Risk aversion in the small and in the large ». *Econometrica : Journal of the Econometric Society*, p. 122–136.
- SAHA, Atanu (1993). « Expo-power utility : A flexible form for absolute and relative risk aversion ». *American Journal of Agricultural Economics* 75.4, p. 905–913.
- SAMUELSON, Paul (1991). « Long-run risk tolerance when equity returns are mean regressing : pseudo paradoxes and vindication of businessman's risk ». *The MIT Press*, p. 181–200.
- SAMUELSON, Paul Anthony (1969). « Lifetime Portfolio Selection by Dynamic Stochastic programming ». *Review of Economics and Statistics* 51, p. 239–243.
- WALDENSTRÖM, Daniel (2014). « Swedish stock and bond returns, 1856–2012 ».
- YAYI, Eric (2015). « A Mean Variance Evaluation of Gradual Disinvestment Strategy ». *Available at SSRN*.

A Calcul des rendements sur les marchés allemands et français

Disposant des données nominales de prix (P_t^n) et de l'indice de rendement total (*Total Return Index* (TRI_t^n)) d'un indice boursier, nous obtenons les rendements réels des titres. Pour rappel, le *Total Return Index* est un indice boursier qui suit l'évolution des gains en capital d'un groupe de titres au fil du temps, et suppose que les dividendes sont réinvestis dans l'indice. Contrairement aux données nominales de prix, cet indice prend en compte les dividendes. Pour un indice boursier donné, nous calculons :

— son rendement nominal (r_t^n) :

$$r_t^n = \frac{TRI_t^n}{TRI_{t-1}^n} - 1$$

— son rendement réel (r_t) :

$$r_t = \frac{r_t^n - \pi_t}{1 + \pi_t}$$

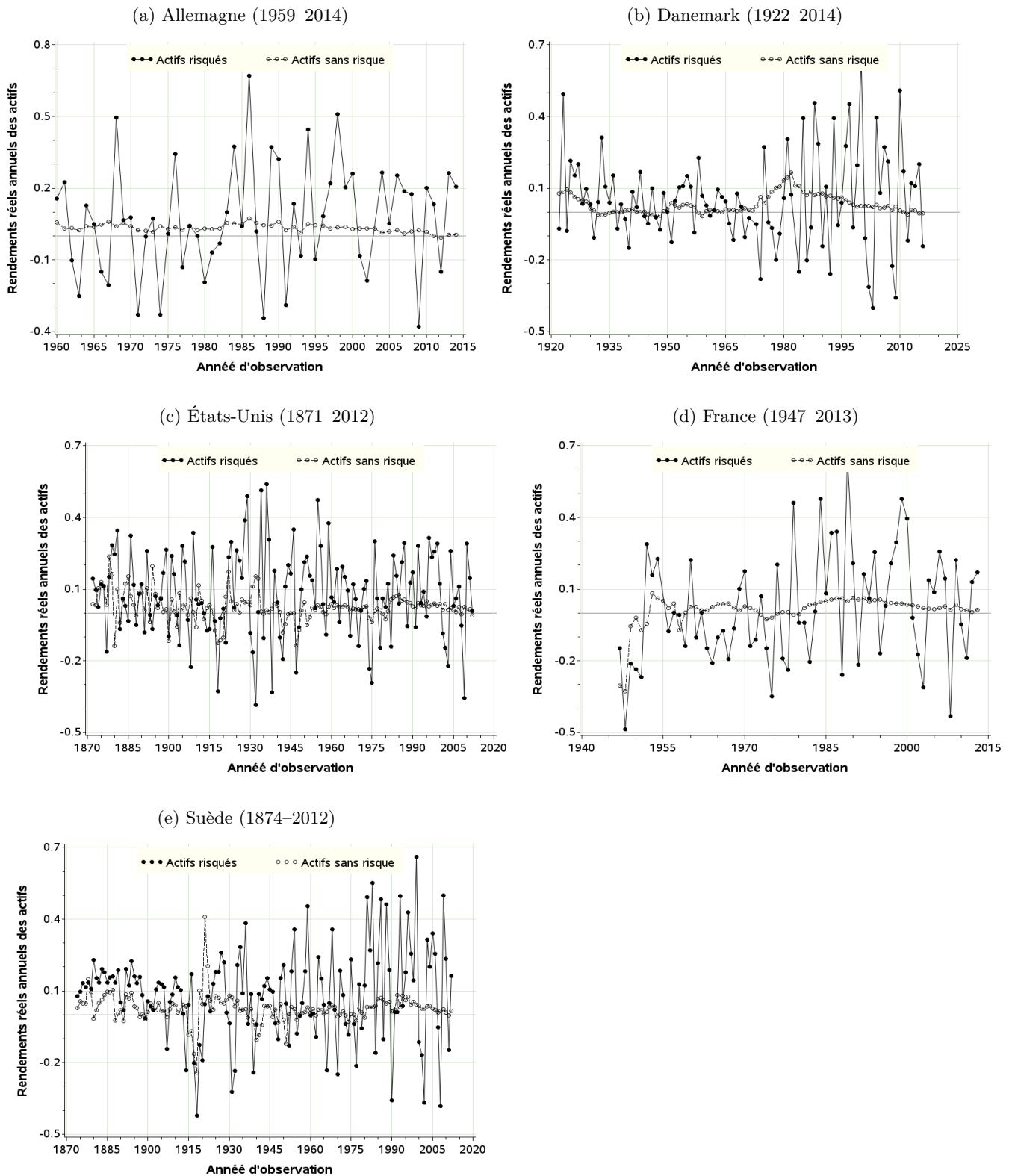
avec π_t le taux d'inflation en t .

— le rendement réel (r_t^f) des obligations d'état :

$$r_t^f = \frac{r_t^{f,n} - \pi_t}{1 + \pi_t}$$

B Graphiques et tableaux

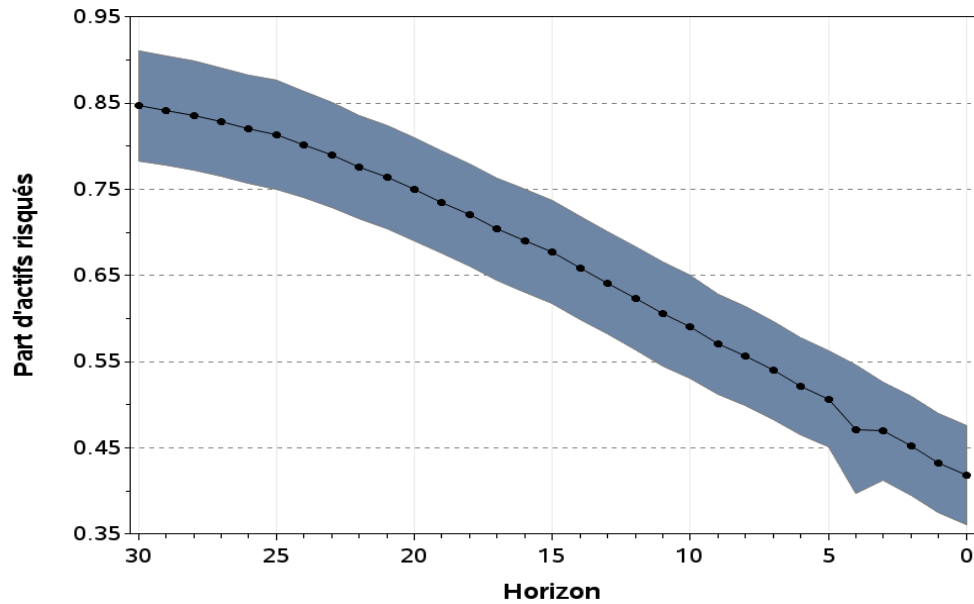
Graphique 1 – Evolution des rendements des actifs



Champ : données de rentabilité réelle des indices recueillies sur les marchés allemands (1959–2014), danois (1922–2014), américains (1871–2012), français (1947–2013) et suédois (1874–2012).

Source : Bloomberg, FRED, IFS 2014, NIELSEN et RISAGER (2001), LE BRIS et HAUTCŒUR (2010), R. Shiller et WALDENSTRÖM (2014).

Graphique 2 – Barème moyen de désinvestissement en fonction de l’horizon

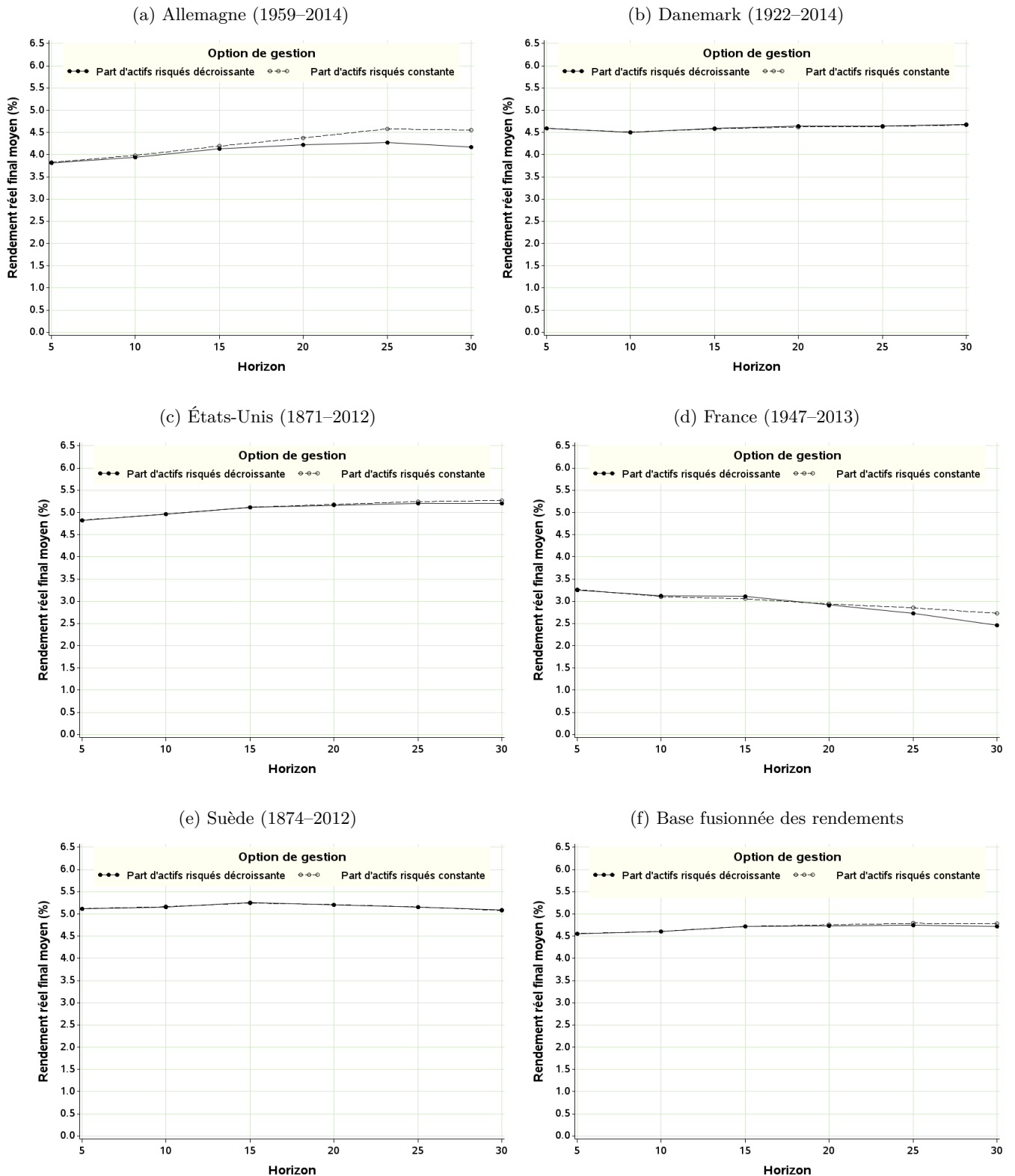


Notes : ce graphique indique le barème moyen de sécurisation proposé aux épargnants au sein d’un échantillon de contrats en fonction du nombre d’année avant la retraite. Nous supposons une convention de liquidation à 65 ans. Les épargnants âgés de 45 ans détiennent, à 20 années de la retraite, une part d’actifs risqués d’environ 75 % en adoptant cette grille de sécurisation progressive de l’épargne.

Champ : moyennes sur la base des contrats : Allianz, American Funds, BlackRock, Fidelity Investment, Invesco, John Hancock Investments, PIMCO Real Return Fund, Principal Funds, JP Morgan, T. Rowe Price, Vanguard Target Retirement Funds, Well Fargo, American Century, Franklin Templeton Investments, Manning & napier, Putnam Investments, ClearTrack Retirement Income, MassMutual RetireSmart, Russell Investments et Tiaa-cref.

Source : calculs des auteurs.

Graphique 3 – Rendements réels annualisés moyens des deux stratégies d'allocation en fonction de l'horizon

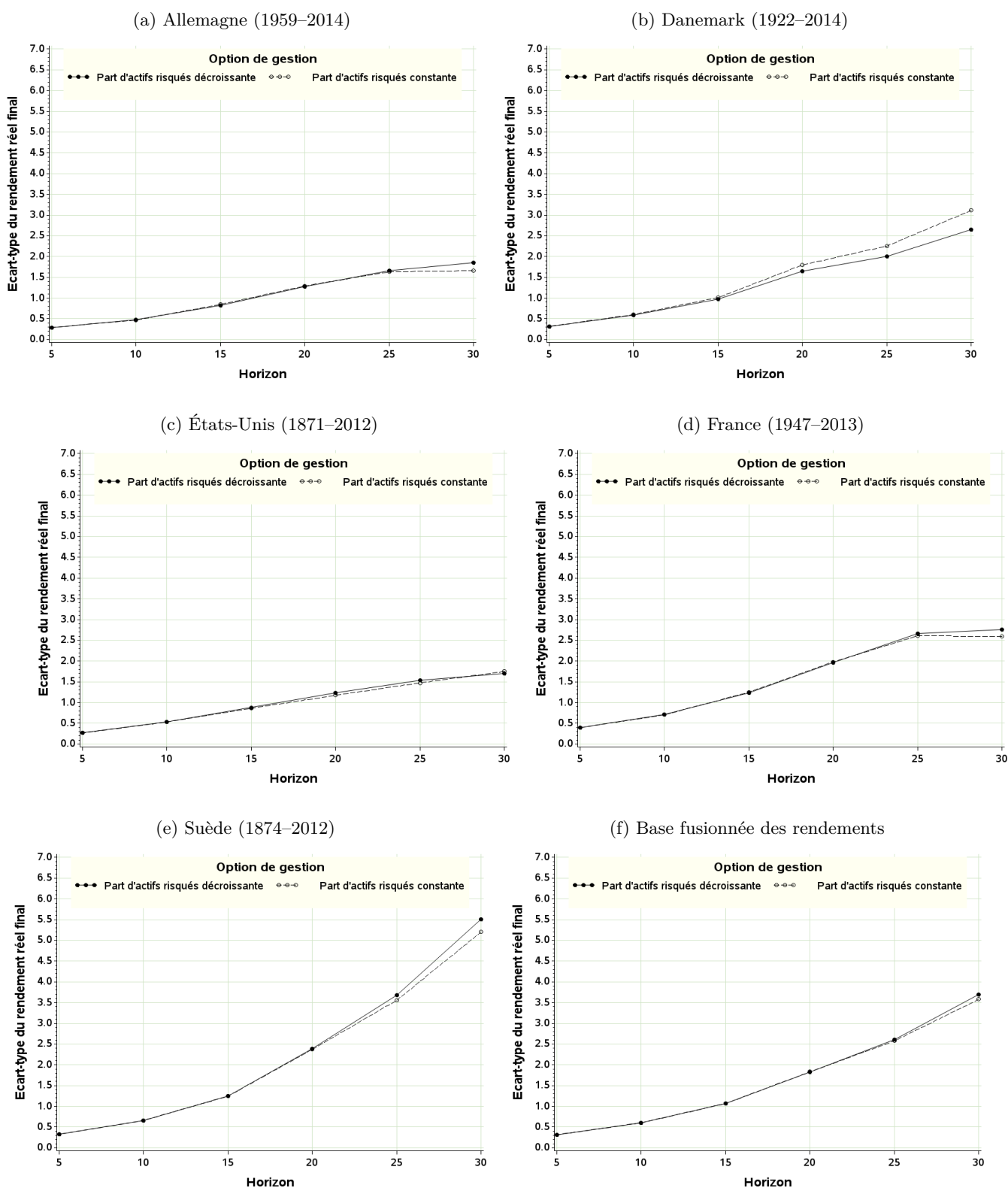


Notes : ces graphiques présentent par pays les rendement annualisés moyen des deux stratégies en fonction de l'horizon de placement.

Champ : rendements réels annuels des titres allemands (1959–2014), danois (1922–2014), américains (1871–2012), français (1947–2013) et suédois (1874–2012).

Source : Bloomberg, FRED, IFS 2014, NIELSEN et RISAGER (2001), LE BRIS et HAUTCŒUR (2010), R. Shiller et WALDENSTRÖM (2014).

Graphique 4 – L'écart-type des rendements réels cumulés des deux stratégies d'allocation par pays et horizons

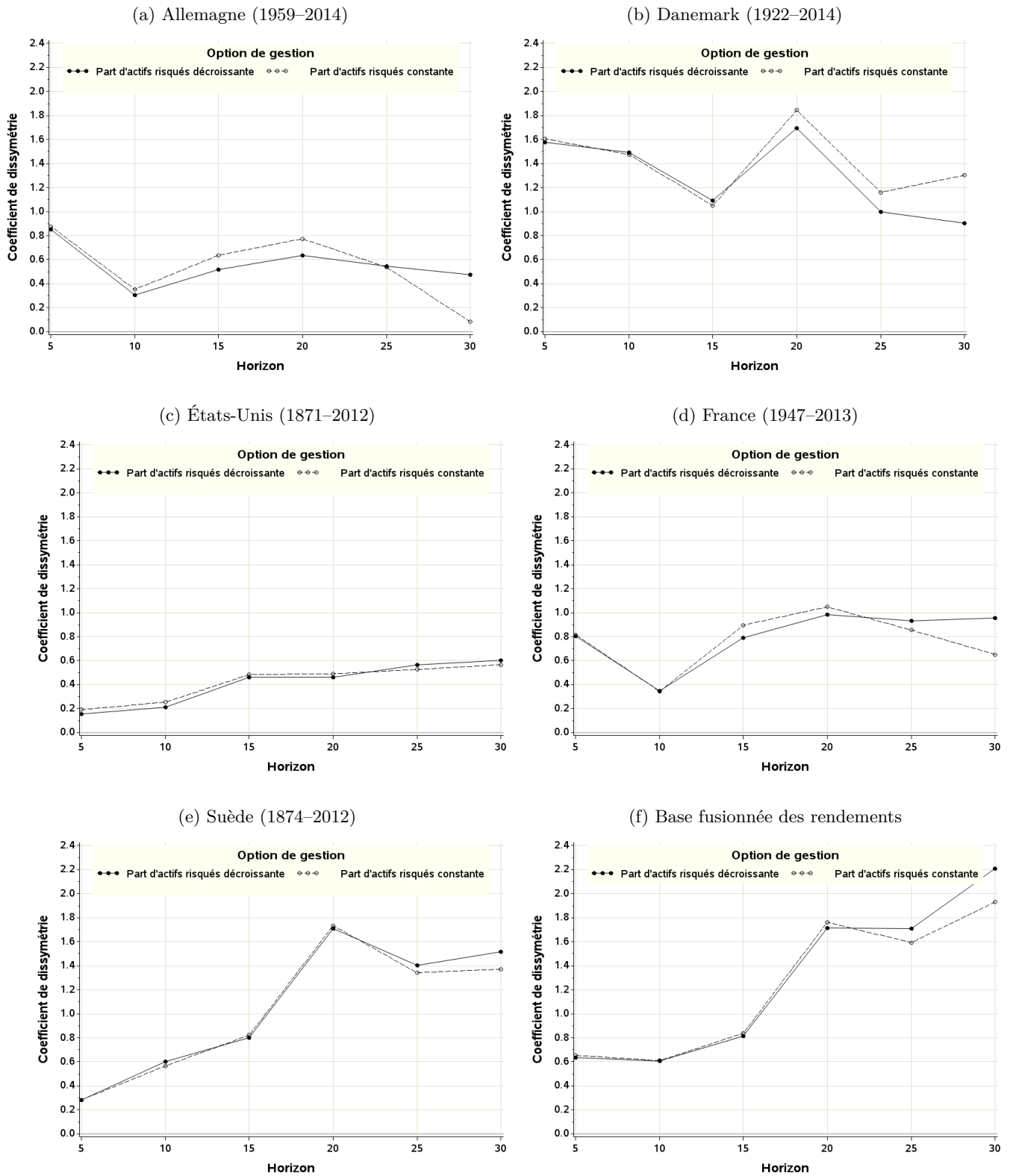


Notes : ces graphiques présentent les écarts-types des rendements cumulés de deux stratégies de placement pour des horizons de placement qui s'échelonnent à 5, 10, 15, 20, 25 ou 30 ans.

Champ : rendements réels annuels des titres allemands (1959–2014), danois (1922–2014), américains (1871–2012), français (1947–2013) et suédois (1874–2012).

Source : Bloomberg, FRED, IFS 2014, NIELSEN et RISAGER (2001), LE BRIS et HAUTCŒUR (2010), R. Shiller et WALDENSTRÖM (2014).

Graphique 5 – Dissymétrie des rendements en fonction de l’horizon

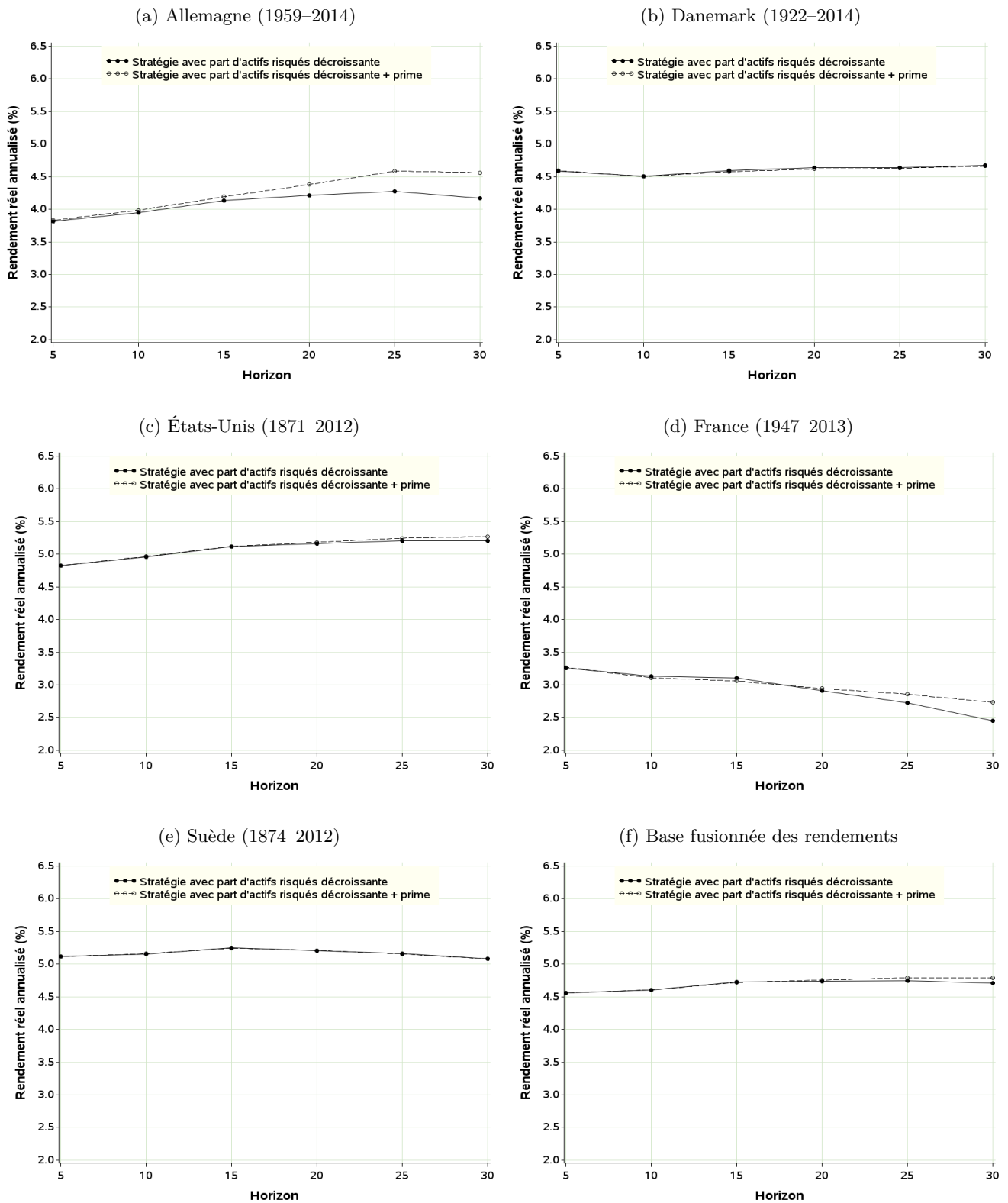


Lecture : le coefficient de dissymétrie associé au rendement à terme pour un profil constant sur un horizon de 5 ans sur un marché allemand est approximativement égal à 0,9.

Champ : rendements réels annuels des titres allemands (1959–2014), danois (1922–2014), américains (1871–2012), français (1947–2013) et suédois (1874–2012).

Source : Bloomberg, IFS 2014, NIELSEN et RISAGER (2001), LE BRIS et HAUTCŒUR (2010), R. Shiller et WALDENSTRÖM (2014).

Graphique 6 – Rendement et prime de risque annualisés du profil décroissant



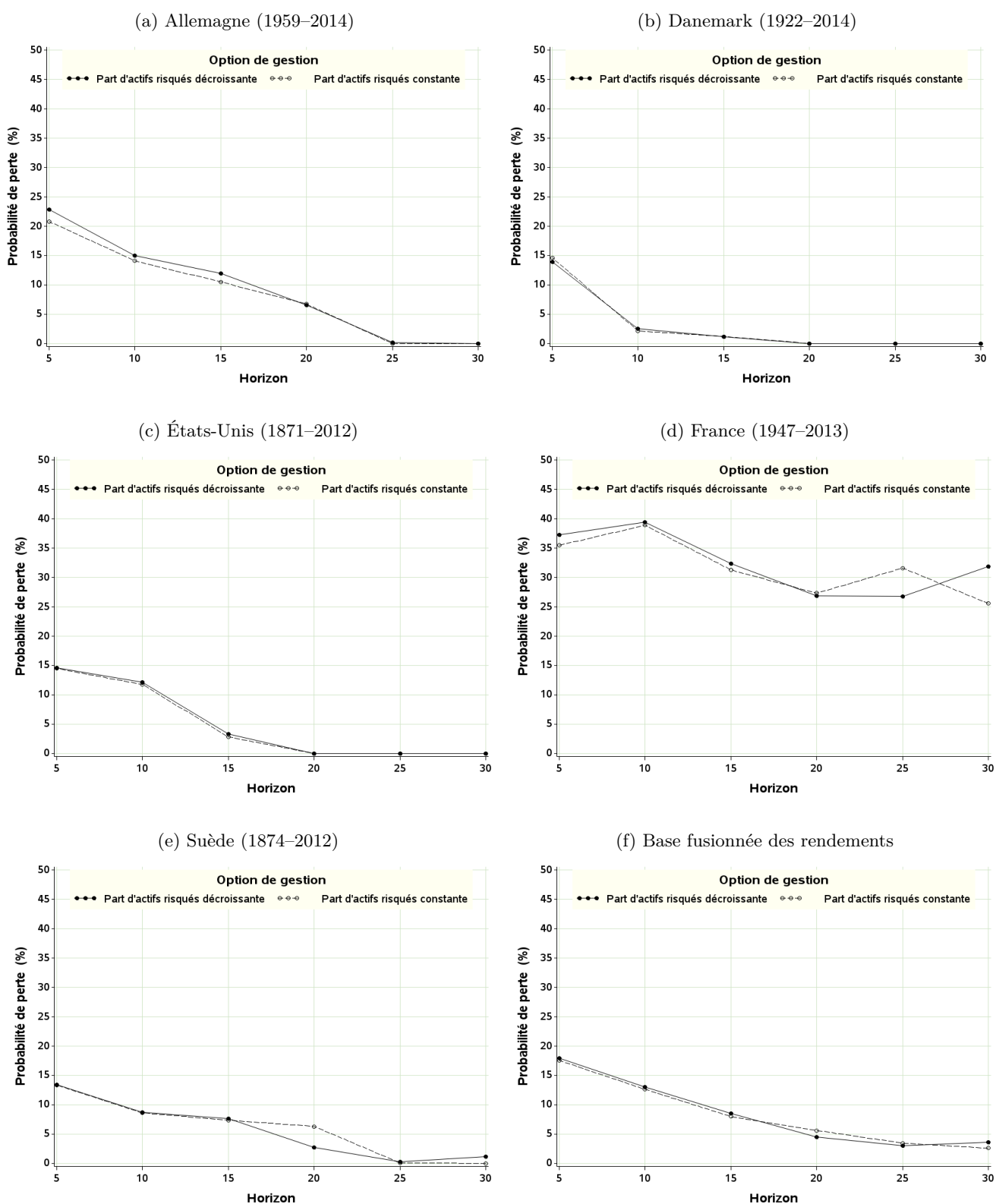
Notes : le degré d'aversion relative au risque de l'investisseur est égal à 2. La prime de risque du profil décroissant est représentée par l'écart entre les deux courbes. Une prime positive signifie que le profil constant est préféré.

Lecture : sur le marché allemand, le rendement réel annualisé moyen à l'horizon de 5 ans avec la stratégie décroissante est de 3,817 %. La prime de risque annualisée qui rend l'investisseur indifférent entre les deux stratégies est de 0,0122 %. Le rendement additionné de la prime est de 3,829 %.

Champ : rendements réels annuels des titres allemands (1959–2014), danois (1922–2014), américains (1871–2012), français (1947–2013) et suédois (1874–2012).

Source : Bloomberg, FRED, IFS 2014, NIELSEN et RISAGER (2001), LE BRIS et HAUTCŒUR (2010), R. Shiller et WALDENSTRÖM (2014).

Graphique 7 – Probabilité de perte à l'issue de l'investissement

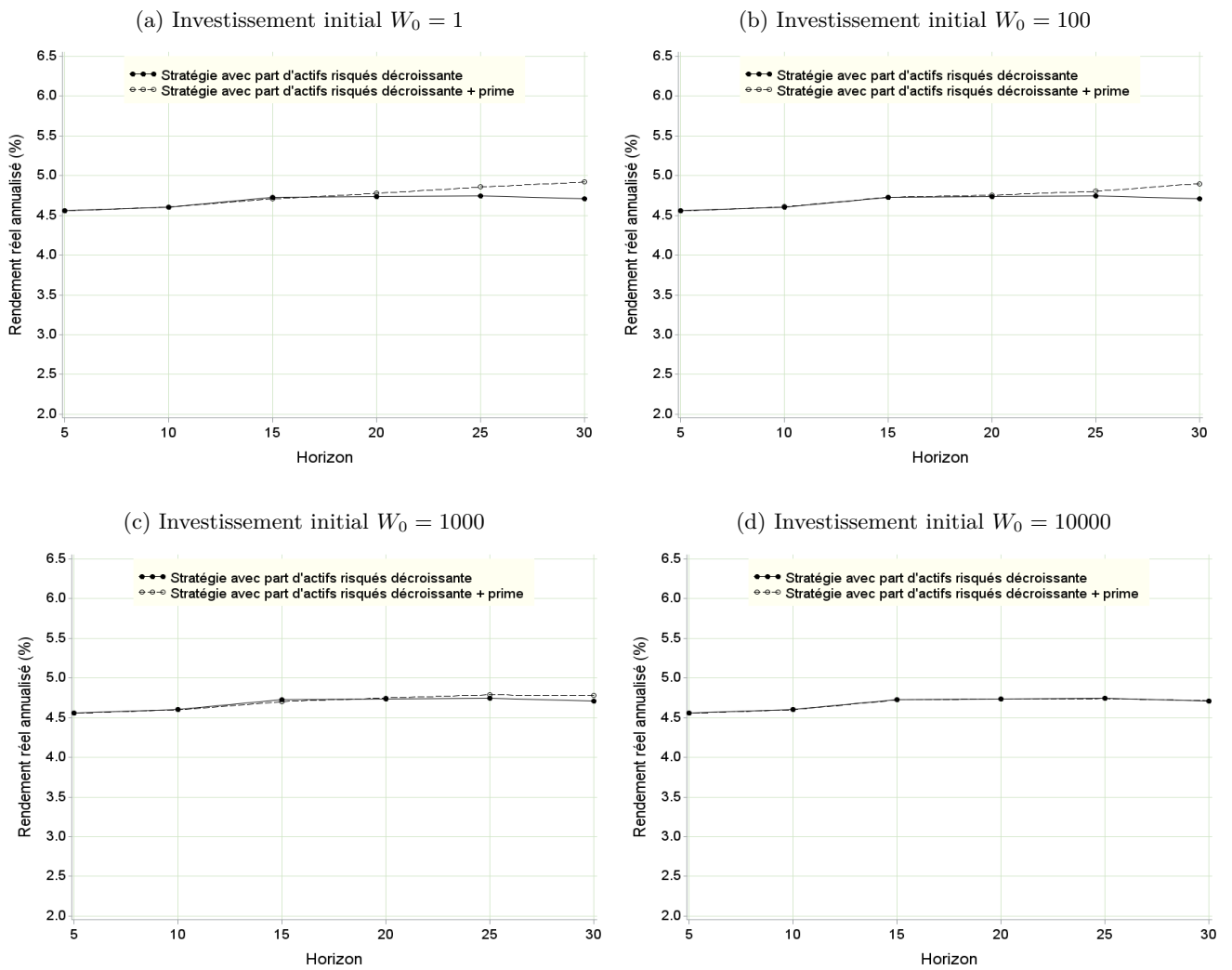


Notes : ce graphique présente la probabilité de perte à l'issue de l'investissement aux horizons 5, 10, 20 et 30 ans par stratégie.

Champ : rendements réels annuels des titres allemands (1959–2014), danois (1922–2014), américains (1871–2012), français (1947–2013) et suédois (1874–2012).

Source : Bloomberg, FRED, IFS 2014, NIELSEN et RISAGER (2001), LE BRIS et HAUTCŒUR (2010), R. Shiller et WALDENSTRÖM (2014).

Graphique 8 – Rendement et prime de risque annualisés du profil décroissant avec les préférences alternatives, base fusionnée des rendements



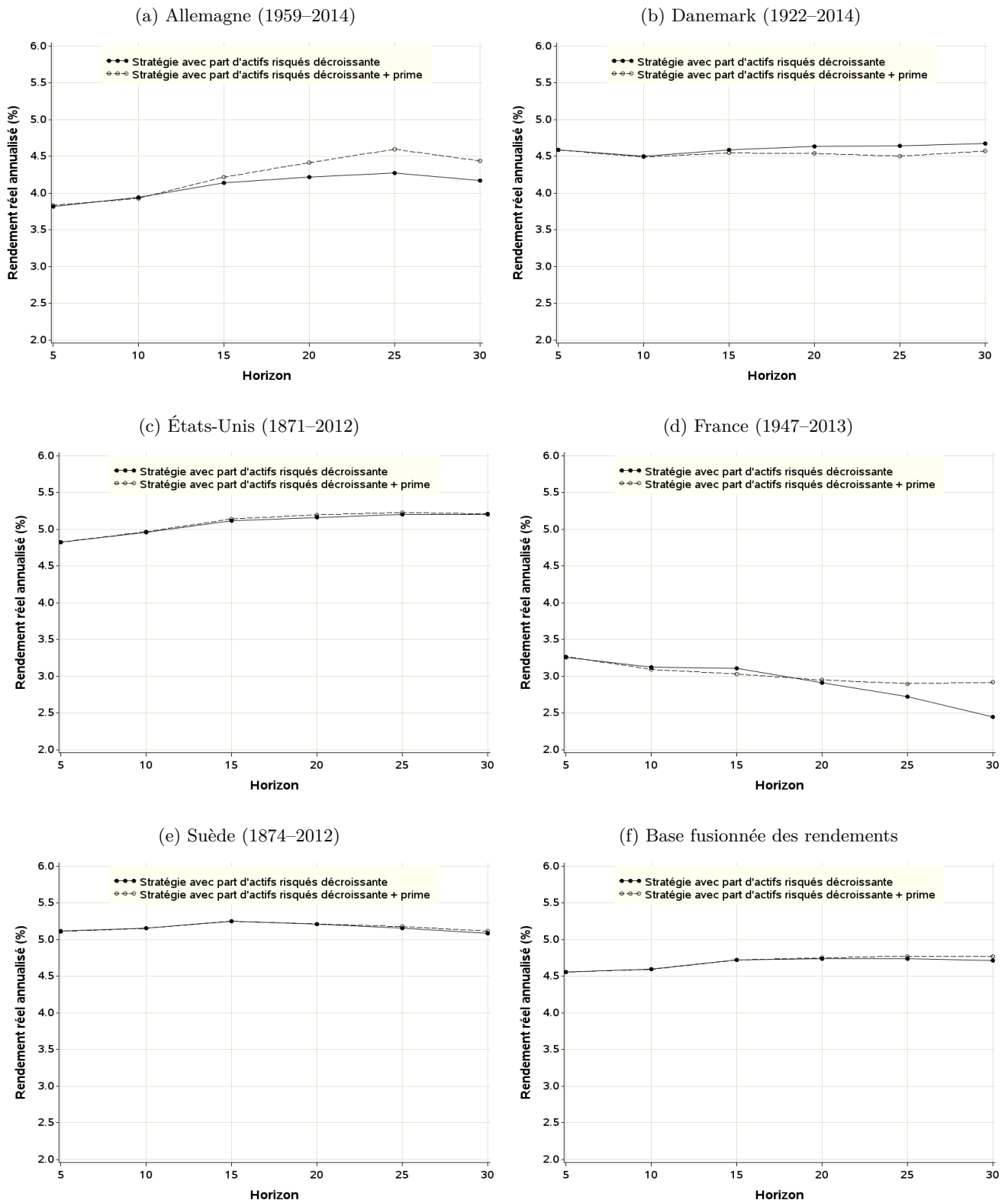
Notes : la prime de risque du profil décroissant est représentée par l'écart entre les deux courbes. Une prime positive signifie que le profil constant est préféré.

Lecture : le rendement réel annualisé moyen à l'horizon de 5 ans avec la stratégie décroissante est de 4,55 %. La prime de risque annualisée qui rend l'investisseur indifférent entre les deux stratégies pour un investissement initial $W_0 = 1$ est de 0,019 %.

Champ : rendements réels annuels des titres allemands (1959–2014), danois (1922–2014), américains (1871–2012), français (1947–2013) et suédois (1874–2012).

Source : Bloomberg, FRED, IFS 2014, NIELSEN et RISAGER (2001), LE BRIS et HAUTCŒUR (2010), R. Shiller et WALDENSTRÖM (2014).

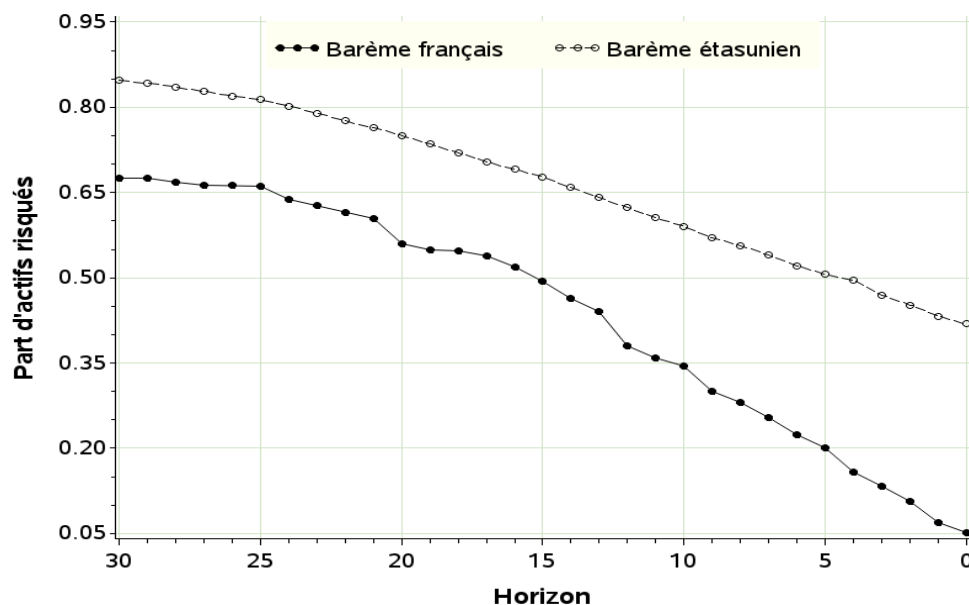
Graphique 9 – Rendement et prime de risque annualisés du profil décroissant après égalisation des rendements espérés



Notes : le degré d'aversion relative au risque de l'investisseur est égal à 2. La prime de risque du profil décroissant est représentée par l'écart entre les deux courbes. Une prime positive signifie que le profil constant est préféré.

Lecture : sur le marché allemand, le rendement réel annualisé moyen à l'horizon de 5 ans avec la stratégie décroissante est de 3,817 %. La prime de risque annualisée qui rend l'investisseur indifférent entre les deux stratégies est de 0,018 %.
 Champ : rendements réels annuels des titres allemands (1959–2014), danois (1922–2014), américains (1871–2012), français (1947–2013) et suédois (1874–2012).

Graphique 10 – Barème moyen de sécurisation proposés en France et aux États-Unis en fonction de l'horizon

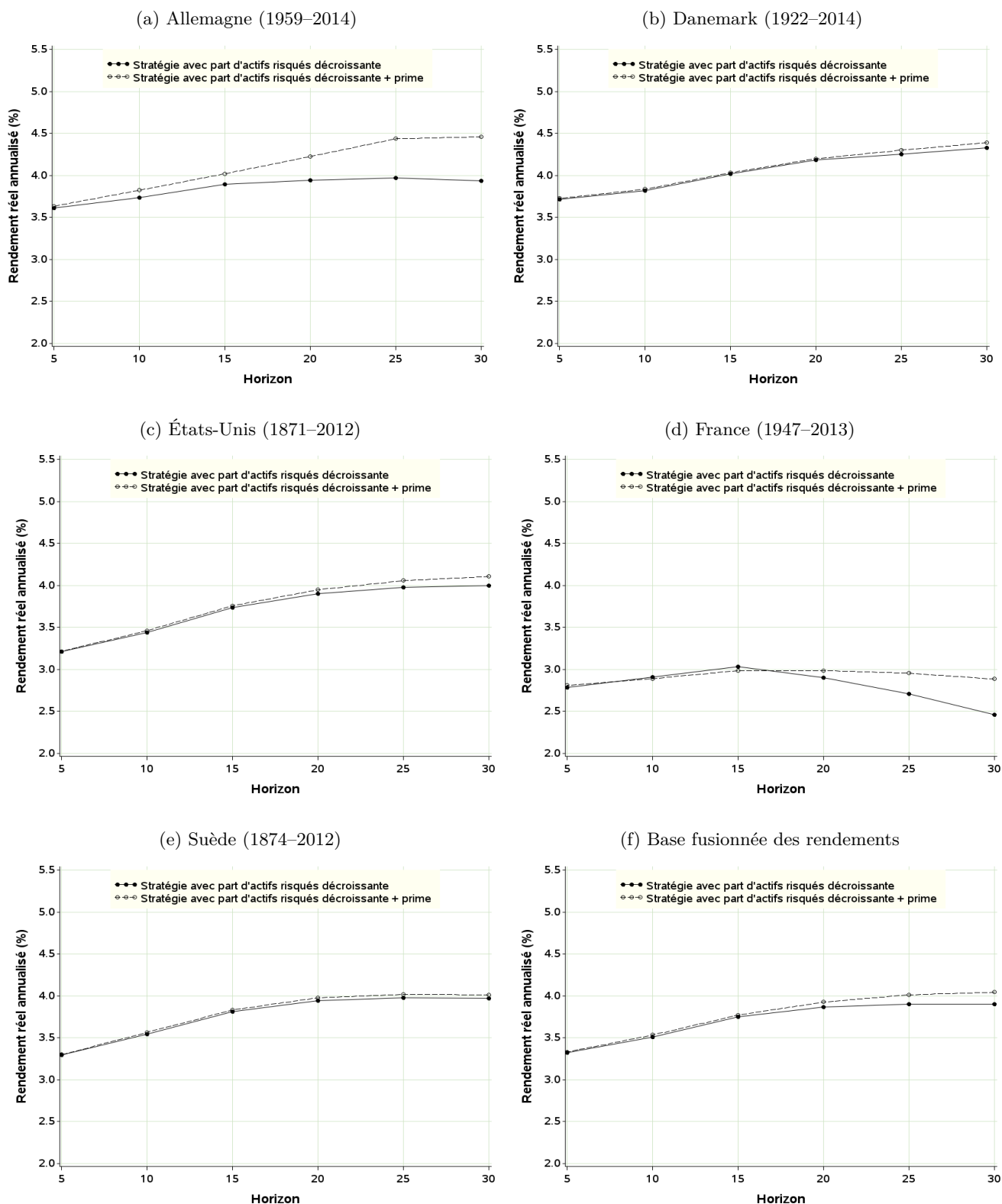


Notes : ce graphique superpose les barèmes moyens de sécurisation proposés aux épargnants en France et aux États-Unis. Nous supposons une convention de liquidation à 65 ans. Les épargnants âgés de 45 ans détiennent, à 20 années de la retraite, une part d'actifs risqués d'environ 75 % avec le barème étasunien contre environ 55 % pour le barème français.

Champ : moyennes sur la base des contrats : AXA Arpège, AXA Clèr, AXA Far, AXA PERP, BNP PERP, Solésio de la Banque postale, Générali épargne, HSBC Elysées PERP, HSBC Elysées Retraite individuelle, MAAF Winalto, MAIF PERP Profil 1, MAIF Responsable et Solidaire, MMA multistratégies actifs, Société Générale Epicéa, Allianz, American Funds, BlackRock, Fidelity Investment, Invesco, John Hancock Investments, PIMCO Real Return Fund, Principal Funds, JP Morgan, T. Rowe Price, Vanguard Target Retirement Funds, Well Fargo, American Century, Franklin Templeton Investments, Manning & napier, Putnam Investments, ClearTrack Retirement Income, MassMutual RetireSmart, Russell Investments et Tiaa-cref.

Source : calculs des auteurs.

Graphique 11 – Rendement et prime de risque annualisés du profil décroissant avec un barème français de désinvestissement



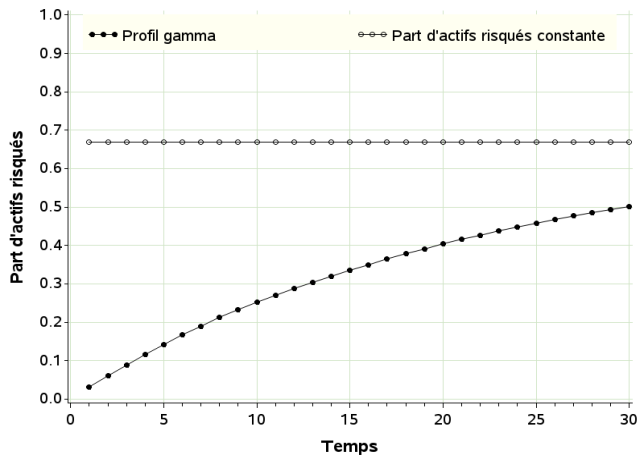
Notes : le degré d'aversion relative au risque de l'investisseur est égal à 2. La prime de risque du profil décroissant est représentée par l'écart entre les deux courbes. Une prime positive signifie que le profil constant est préféré.

Lecture : sur le marché allemand, le rendement réel annualisé moyen à l'horizon de 5 ans avec la stratégie décroissante est de 3,61 %. La prime de risque annualisée qui rend l'investisseur indifférent entre les deux stratégies est de 0,025 %.
 Champ : rendements réels annuels des titres allemands (1959–2014), danois (1922–2014), américains (1871–2012), français (1947–2013) et suédois (1874–2012).

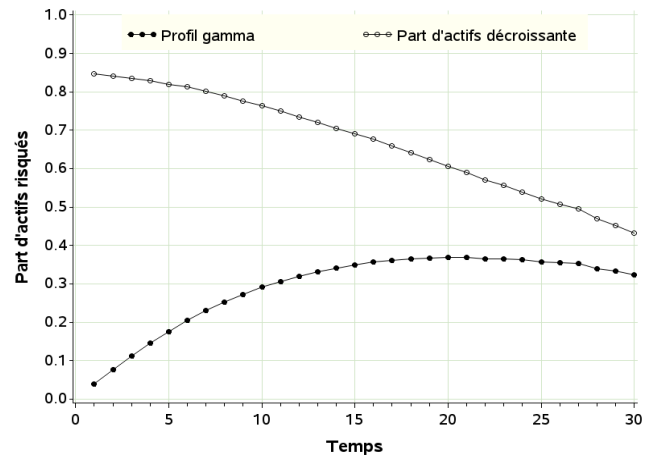
Source : Bloomberg, FRED, IFS 2014, NIELSEN et RISAGER (2001), LE BRIS et HAUTCŒUR (2010), R. Shiller et WALDENSTRÖM (2014).

Graphique 12 – Profil temporel d'exposition au risque en fonction de l'horizon

(a) Profil constant



(b) Profil décroissant

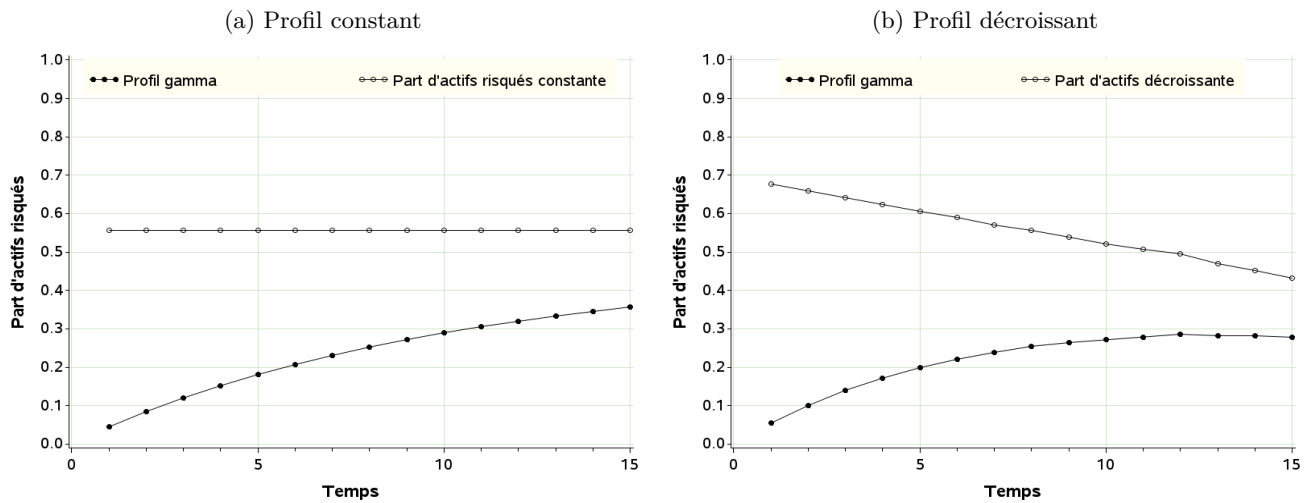


Notes : le graphique de gauche superpose la part constante sur 30 ans exprimée par rapport à la richesse financière courante et la part implicite rapportée à la richesse intertemporelle de l'investisseur (part γ , Equ. 3, de la section 5.4). Le profil constant adopte comme part la moyenne du profil étasunien du graphique 2 sur les 30 dernières années. Le graphique de droite présente les parts explicite et implicite pour le profil décroissant. Le profil décroissant réplique le profil étasunien du graphique 2.

Champ : rendements réels annuels des titres allemands (1959–2014), danois (1922–2014), américains (1871–2012), français (1947–2013) et suédois (1874–2012).

Source : Bloomberg, FRED, IFS 2014, NIELSEN et RISAGER (2001), LE BRIS et HAUTCŒUR (2010), R. Shiller et WALDENSTRÖM (2014).

Graphique 13 – Profil temporel d'exposition au risque en fonction de l'horizon

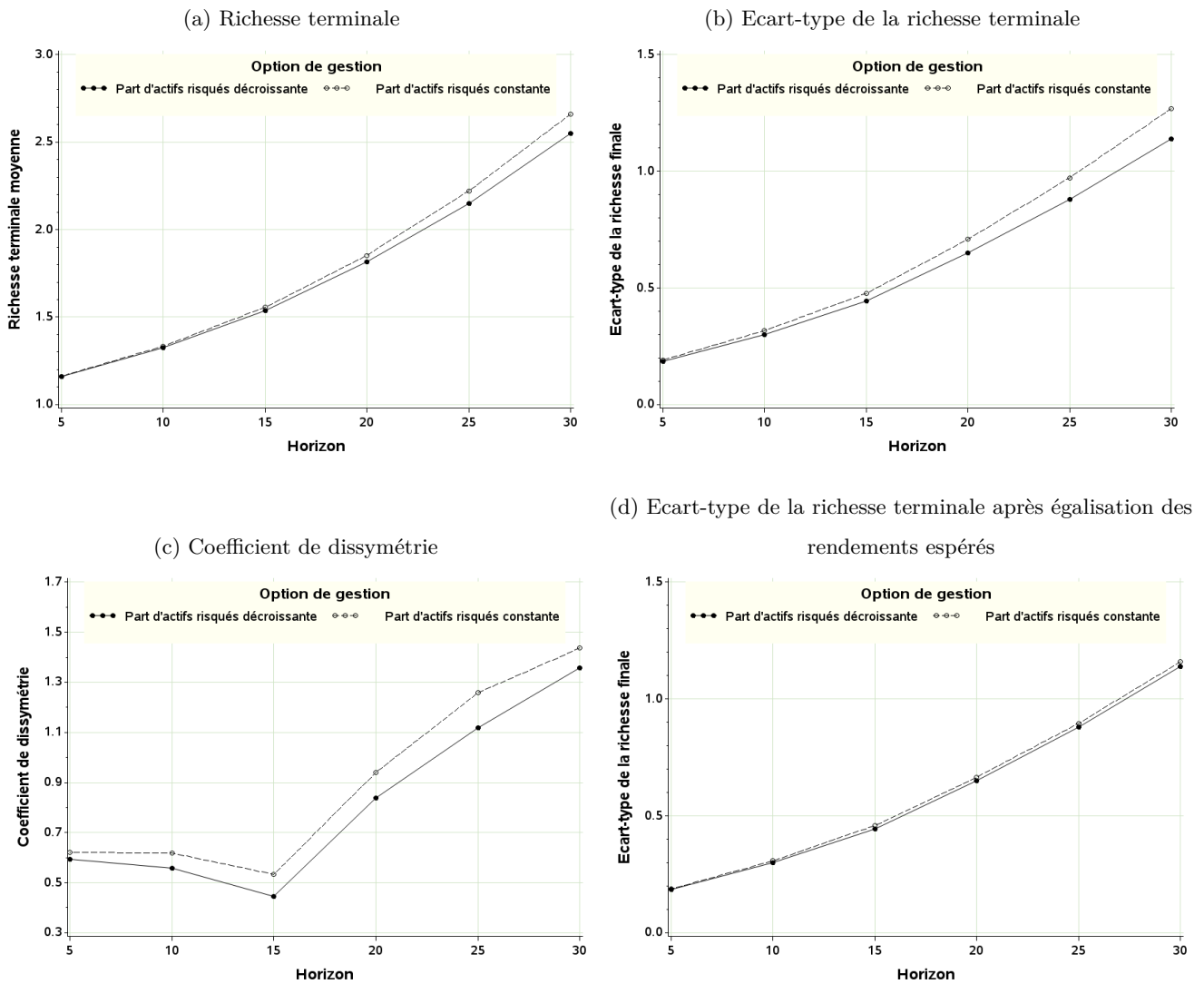


Notes : le graphique de gauche superpose la part constante sur 15 ans exprimée par rapport à la richesse financière courante et la part implicite rapportée à la richesse intertemporelle de l'investisseur (part γ de la section 5.4). Le graphique de droite présente les parts explicite et implicite pour le profil décroissant.

Champ : rendements réels annuels des titres allemands (1959–2014), danois (1922–2014), américains (1871–2012), français (1947–2013) et suédois (1874–2012).

Source : Bloomberg, FRED, IFS 2014, NIELSEN et RISAGER (2001), LE BRIS et HAUTCŒUR (2010), R. Shiller et WALDENSTRÖM (2014).

Graphique 14 – Trois premiers moments de la richesse terminale, base fusionnée des rendements



Notes : ce graphique présente les trois premiers moments de la richesse terminale et le moment d'ordre deux après égalisation des richesses espérées, sur l'ensemble des sous périodes pour tous les pays dans le cas où l'épargnant investit graduellement sur les marchés financiers.

Champ : rendements réels annuels des titres allemands (1959–2014), danois (1922–2014), américains (1871–2012), français (1947–2013) et suédois (1874–2012).

Source : Bloomberg, FRED, IFS 2014, NIELSEN et RISAGER (2001), LE BRIS et HAUTCŒUR (2010), R. Shiller et WALDENSTRÖM (2014).

Tableau 1 – Statistiques descriptives

Horizon	5	10	15	20	25	30	5	10	15	20	25	30
Allemagne (1959-2014)						Danemark (1922-2014)						
Rendement réel moyen de l'actif risqué (%)	5,52	5,94	6,34	6,67	7,06	7,06	7,12	6,92	6,93	6,85	6,78	6,79
Rendement réel moyen de l'actif sans risque (%)	3,44	3,53	3,60	3,67	3,75	3,75	3,30	3,27	3,33	3,43	3,52	3,59
Prime de risque annualisée (%)	2,08	2,41	2,74	3,00	3,31	3,31	3,82	3,65	3,60	3,41	3,27	3,20
Ecart type du rendement réel cumulé de l'actif risqué	0,63	0,85	1,41	2,09	2,43	2,24	0,52	0,72	1,04	2,01	1,87	2,57
Ecart type du rendement réel cumulé de l'actif sans risque	0,06	0,12	0,16	0,19	0,20	0,19	0,23	0,54	0,95	1,43	1,93	2,40
États-Unis (1871-2012)						France (1947-2013)						
Rendement réel moyen de l'actif risqué (%)	8,10	8,20	8,25	8,16	8,11	8,04	5,43	5,08	4,94	4,79	4,81	4,77
Rendement réel moyen de l'actif sans risque (%)	2,64	2,52	2,45	2,34	2,24	2,12	2,53	2,60	2,69	2,72	2,67	2,63
Prime de risque annualisée (%)	5,46	5,68	5,81	5,82	5,87	5,92	2,90	2,49	2,25	2,07	2,14	2,14
Ecart type du rendement réel cumulé de l'actif risqué	0,54	1,02	1,68	2,38	3,04	3,53	0,80	1,18	2,03	3,13	3,77	3,23
Ecart type du rendement réel cumulé de l'actif sans risque	0,20	0,34	0,52	0,67	0,82	0,82	0,12	0,23	0,35	0,47	0,57	0,60
Suède (1874-2012)						Base fusionnée des rendements						
Rendement réel moyen de l'actif risqué (%)	8,79	8,65	8,54	8,25	7,99	7,73	7,43	7,46	7,36	7,27	7,15	7,09
Rendement réel moyen de l'actif sans risque (%)	2,64	2,59	2,51	2,42	2,33	2,24	2,87	2,78	2,74	2,68	2,61	2,52
Prime de risque annualisée (%)	6,15	6,07	6,03	5,83	5,66	5,49	4,56	4,68	4,62	4,58	4,54	4,57
Ecart type du rendement réel cumulé de l'actif risqué	0,63	1,26	2,39	5,07	7,02	9,94	0,62	1,08	1,93	3,56	4,82	6,60
Ecart type du rendement réel cumulé de l'actif sans risque	0,22	0,37	0,53	0,62	0,66	0,73	0,19	0,37	0,60	0,85	1,12	1,38

Notes : ce tableau présente des statistiques descriptives sur les rendements annualisés et cumulés des titres par pays et horizon d'investissement.

Champ : rendements réels annuels des titres allemands (1959–2014), danois (1922–2014), américains (1871–2012), français (1947–2013) et suédois (1874–2012).

Source : Bloomberg, FRED, IFS 2014, NIELSEN et RISAGER (2001), LE BRIS et HAUTCEUR (2010), R. Shiller et WALDENSTRÖM (2014).

Tableau 2 – Significativité du différentiel de rendement entre les deux stratégies

Horizon	Ec-moy (%)	Ec-type	N	Tstat	Ec-moy. (%)	Ec-type	N	Tstat	Ec-moy. (%)	Ec-type	N	Tstat
	Allemagne				Danemark				États-Unis			
5	0,0423	0,228	50	0,19	0,0281	0,168	89	0,17	0,0084	0,114	136	0,07
10	0,426	0,814	45	0,52	0,208	0,585	84	0,35	-0,082	0,443	131	-0,19
15	1,63	1,62	40	1,01	0,762	1,19	79	0,64	-0,892	0,915	126	-0,98
20	6,88	3,48	35	1,98 *	3,59	2,39	74	1,5	-1,16	2,05	121	-0,56
25	18,3	5,85	30	3,13 ***	7,21	5,73	69	1,26	1,52	3,71	116	0,41
30	31,28	9,44	25	3,31 ***	12,33	8,88	64	1,39	9,35	6,38	111	1,47
	France				Suède				Base fusionnée des rendements			
5	0,016	0,243	60	0,07	0,0261	0,118	134	0,22	0,0275	0,0851	469	0,32
10	-0,584	0,833	55	-0,7	0,126	0,521	129	0,24	0,197	0,363	444	0,54
15	-1,6	1,86	50	-0,86	-0,346	1	124	-0,35	-0,2	0,654	419	-0,31
20	0,455	3,96	45	0,11	-0,336	1,63	119	-0,21	0,086	1,25	394	0,07
25	4,19	7,49	40	0,56	-3,75	4,45	114	-0,84	0,789	2,66	369	0,3
30	12,84	10,44	35	1,23	-10,8	7,78	109	-1,39	2,33	4,52	344	0,51

Notes : pour un horizon d'investissement de 5 ans, la différence de rendement entre la stratégie d'investissement à profil constant et celle de sécurisation progressive est de 0,0423 % sur le marché allemand.

* : significatif au seuil de 10 % ; ** : significatif au seuil de 5 % ; *** : significatif au seuil de 1 %.

Champ : rendements réels annuels des titres allemands (1959–2014), danois (1922–2014), américains (1871–2012), français (1947–2013) et suédois (1874–2012).

Source : Bloomberg, FRED, IFS 2014, NIELSEN et RISAGER (2001), LE BRIS et HAUTCŒUR (2010), R. Shiller et WALDENSTRÖM (2014).

Tableau 3 – Test d'égalité des variances des deux stratégies

Horizon (en année)	Allemagne		Danemark		États-Unis		France		Suède		Base fusionnée	
	N	Fisher	N	Fisher	N	Fisher	N	Fisher	N	Fisher	N	Fisher
5	50	1,0	89	1,01	136	1,01	60	1,0	134	1,01	469	1,0
10	45	1,0	84	1,03	131	1,01	55	1,02	129	1,0	444	1,0
15	40	1,04	79	1,07	126	1,05	50	1,02	124	1,01	419	1,0
20	35	1,04	74	1,19	121	1,09	45	1,01	119	1,02	394	1,01
25	30	1,03	69	1,26	116	1,08	40	1,04	114	1,07	369	1,03
30	25	1,25	64	1,38	111	1,05	35	1,13	109	1,12	344	1,06

Notes : ce tableau présente les résultats du test de Fisher évaluant l'égalité des variances des rendements des deux stratégies. Pour un horizon d'investissement de 5 ans, la statistique de Fisher calculée sous l'hypothèse nulle d'égalité des variances vaut 1,0 en Allemagne. Quel que soit le marché boursier considéré, on ne peut pas rejeter l'hypothèse nulle d'égalité de la variance au seuil de 5 %.

* : significatif au seuil de 10 % ; ** : significatif au seuil de 5 % ; *** : significatif au seuil de 1 %.

Champ : rendements réels annuels des titres allemands (1959–2014), danois (1922–2014), américains (1871–2012), français (1947–2013) et suédois (1874–2012).

Source : Bloomberg, IFS 2014, NIELSEN et RISAGER (2001), LE BRIS et HAUTCŒUR (2010), R. Shiller et WALDENSTRÖM (2014).

Tableau 4 – Test d'égalité des coefficients de dissymétrie des deux stratégies

Horizon (en année)	Allemagne		Danemark		États-Unis		France		Suède		Base fusionnée	
	N	Zstat	N	Zstat	N	Zstat	N	Zstat	N	Zstat	N	Zstat
5	50	-1,33	89	0,48	136	-0,26	60	0,45	134	0,35	469	-0,02
10	45	-0,22	84	2,40**	131	-3,37***	55	1,15	129	0,93	444	2,71***
15	40	0,78	79	5,28***	126	-0,67	50	-0,48	124	-1,64*	419	2,54**
20	35	0,16	74	8,37***	121	-0,70	45	0,62	119	1,45	394	2,31**
25	30	1,62	69	9,88***	116	-1,10	40	-0,05	114	-4,54***	369	5,33***
30	25	0,22	64	8,18***	111	-1,10	35	-1,46	109	-2,58***	344	2,42**

Notes : ce tableau présente les résultats du test évaluant l'égalité des coefficients de dissymétrie des rendements des deux stratégies. Pour un horizon d'investissement de 5 ans, la statistique Z calculée sous l'hypothèse nulle d'égalité des coefficients de dissymétrie vaut -1,33 en Allemagne. Quel que soit l'horizon considéré, on ne peut pas rejeter l'hypothèse nulle d'égalité du coefficient de dissymétrie sur le marché boursier allemand au seuil de 5 %.

* : significatif au seuil de 10 % ; ** : significatif au seuil de 5 % ; *** : significatif au seuil de 1 %.

Champ : rendements réels annuels des titres allemands (1959–2014), danois (1922–2014), américains (1871–2012), français (1947–2013) et suédois (1874–2012).

Source : Bloomberg, IFS 2014, NIELSEN et RISAGER (2001), LE BRIS et HAUTCŒUR (2010), R. Shiller et WALDENSTRÖM (2014).

Tableau 5 – Sensibilité de la prime de risque et du rendement réel annualisé au degré d’aversion relative au risque

	λ	5	10	15	20	25	30	5	10	15	20	25	30
		Allemagne (1959-2012)						Danemark (1922-2012)					
Prime an. (%)	1	0,0117	0,0388	0,0544	0,1607	0,3088	0,3862	0,0045	0,0003	-0,0137	-0,0179	-0,0089	-0,0112
	1,5	0,0119	0,0393	0,0543	0,1612	0,3104	0,3878	0,0044	-0,0003	-0,0149	-0,0195	-0,0104	-0,0126
	2	0,0122	0,0397	0,0543	0,1617	0,3119	0,3894	0,0043	-0,0009	-0,0161	-0,0212	-0,0119	-0,0139
	2,5	0,0125	0,0402	0,0543	0,1621	0,3135	0,3911	0,0041	-0,0015	-0,0173	-0,0227	-0,0134	-0,0153
	3	0,0127	0,0407	0,0543	0,1626	0,3150	0,3927	0,0041	-0,0020	-0,0184	-0,0243	-0,0149	-0,0166
	4	0,0133	0,0416	0,0543	0,1635	0,3181	0,3959	0,0039	-0,0031	-0,0207	-0,0274	-0,0178	-0,0192
R (%)		3,82	3,95	4,14	4,22	4,28	4,17	4,59	4,50	4,59	4,64	4,64	4,68
		États-Unis (1871-2012)						France (1947-2012)					
Prime an. (%)	1	-0,0000001	0,0060	0,0000	0,0159	0,0395	0,0634	0,0097	-0,0224	-0,0487	0,0311	0,1321	0,2762
	1,5	-1,5E-14	0,0065	0,0009	0,0167	0,0398	0,0633	0,0101	-0,0215	-0,0476	0,0319	0,1330	0,2772
	2	-1,5E-14	0,0071	0,0018	0,0175	0,0401	0,0631	0,0105	-0,0207	-0,0464	0,0328	0,1339	0,2781
	2,5	-1,5E-14	0,0077	0,0027	0,0183	0,0404	0,0629	0,0109	-0,0198	-0,0451	0,0336	0,1348	0,2790
	3	-1,5E-14	0,0083	0,0036	0,0191	0,0407	0,0628	0,0113	-0,0190	-0,0439	0,0345	0,1356	0,2798
	4	-1,5E-14	0,0096	0,0055	0,0207	0,0413	0,0625	0,0122	-0,0174	-0,0412	0,0363	0,1373	0,2813
R (%)		4,83	4,96	5,12	5,16	5,21	5,21	3,26	3,13	3,11	2,91	2,72	2,45
		Suède (1874-2012)						Base fusionnée des rendements					
Prime an. (%)	1	0,0013	0,0052	-0,0052	0,0009	-0,0032	-0,0058	0,00374	0,0095	-0,0032	0,0038	0,0224	0,0401
	1,5	0,0007	0,0047	-0,0053	0,0006	-0,0030	-0,0052	0,0035	0,0091	-0,0034	0,0033	0,0219	0,0398
	2	0,0001	0,0042	-0,0054	0,0004	-0,0028	-0,0045	0,0032	0,0088	-0,0036	0,0029	0,0214	0,0394
	2,5	-0,0005	0,0036	-0,0055	0,0001	-0,0027	-0,0038	0,0029	0,0084	-0,0038	0,0024	0,0209	0,039
	3	-0,0012	0,0029	-0,0057	-0,0003	-0,0025	-0,0032	0,0026	0,0081	-0,004	0,0019	0,0204	0,0387
	4	-0,0027	0,0015	-0,0061	-0,0010	-0,0023	-0,0018	0,002	0,0073	-0,0044	0,001	0,0195	0,038
R (%)		5,12	5,16	5,25	5,21	5,16	5,08	4,59	4,63	4,68	4,70	4,67	4,65

Notes : La ligne R représente le rendement annualisé pour chaque horizon du profil sans risque. La première ligne de chaque pays ($\lambda = 1$) correspond à une fonction d'utilité log.

Lecture : en considérant les investissements sur le marché allemand pour un horizon d'investissement de 5 ans, la prime de risque correspondant à un niveau d'aversion égal à 1 est de 0,0117 %. Une prime positive signifie que le profil constant est plus performant. Le rendement réel annualisé moyen du profil décroissant est de 03,82 %.

Champ : rendements réels annuels des titres allemands (1959–2014), danois (1922–2014), américains (1871–2012), français (1947–2013) et suédois (1874–2012).

Source : Bloomberg, FRED, IFS 2014, NIELSEN et RISAGER (2001), LE BRIS et HAUTCŒUR (2010), R. Shiller et WALDENSTRÖM (2014).

Tableau 6 – Significativité statistique du différentiel de richesse terminale et tests d'égalité des variances et des coefficients de dissymétrie dans le cas d'une richesse illiquide

Horizon (en années)	Ec-moy (%)	Ec-type	N	Tstat	Fisher	Zstat	Fisher (après égalisation)
5	0,174	0,00906	469	4,16 ***	1,06	3,95 ***	1,02
10	0,761	0,03	444	5,34 ***	1,11	5,17 ***	1,05
15	1,79	0,0597	419	6,14 ***	1,06	7,46 ***	1,15
20	3,82	0,1015	394	7,47 ***	1,19*	9,25 ***	1,05
25	7,15	0,174	369	7,90 ***	1,22*	10,82 ***	1,04
30	11,24	0,2695	344	7,74 ***	1,24**	11,30 ***	1,03

Notes : ce tableau présente les résultats de la significativité statistique du différentiel de richesse (Tstat) entre les deux stratégies, les tests d'égalité des variances (Fisher) et du coefficient de dissymétrie (Zstat), et le test d'égalité des variances (Fisher après égalisation) après égalisation des richesses espérées.

* : significatif au seuil de 10 % ; ** : significatif au seuil de 5 % ; *** : significatif au seuil de 1 %.

Champ : rendements réels annuels des titres allemands (1959–2014), danois (1922–2014), américains (1871–2012), français (1947–2013) et suédois (1874–2012).

Source : Bloomberg, FRED, IFS 2014, NIELSEN et RISAGER (2001), LE BRIS et HAUTCŒUR (2010), R. Shiller et WALDENSTRÖM (2014).